Tema 9

Actividades de positivo Capítulo 10 - Posición relativa de dos planos

Actividades de positivo

En primer lugar, visualiza el vídeo:

https://www.youtube.com/watch?v=TPr1qvM4pSI

Si algún concepto no lo comprendes, puedes leer el pdf de teoría de la web (que expresa la misma información, pero en formato escrito y con algunos ejemplos resueltos):

http://danipartal.net/pdf/2bachTema9Teoria05.pdf

En segundo lugar, intenta los siguientes ejercicios. Las soluciones las tienes más adelante. Lo ideal sería que solo mirases las soluciones una vez que lo hayas intentado por ti mismo.

Cuando lo tengas correctamente realizado en tu cuaderno, envía fotos al email del profesor **antes del domingo 5 de abril a las 23.59 horas, para obtener dos positivos del trimestre**.

¡Ánimo y abrazos!

1. Sean los planos $\Pi_1 : 2x+2y+az=1$, $\Pi_2 : 2x+ay+2z=-2$

a) El valor de a para que los planos tengan una recta en común.

b) Si $a=0$ Hallar el vector director de dicha recta y sus ecuaciones paramétricas.

Soluciones

1. Sean los planos $\Pi_1: 2x+2y+az=1$, $\Pi_2: 2x+ay+2z=-2$

a) El valor de a para que los planos tengan una recta en común.

b) Si $a=0$ Hallar el vector director de dicha recta y sus ecuaciones paramétricas.

a) Reducimos el problema de geometría a uno de sistemas de ecuaciones.

$\left\{\begin{array}{c} 2x+2y+az=1 \\ 2x+ay+2z=-2 \end{array}\right\}$ → Notación matricial → $\left(\begin{array}{ccc|c} 2 & 2 & a & 1 \\ 2 & a & 2 & -2 \end{array}\right)$

Por Gauss, a la fila segunda le restamos la primera.

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 2 & 2 & a & 1 \\ 0 & a-2 & 2-a & -3 \end{array}\right)$$

Tras obtener la matriz triangular de Gauss, y comprobar que no hay filas proporcionales ni absurdos matemáticos, el rango del sistema coincide con el número de fias con al menos un coeficiente no nulo.

Discusión de casos → $a-2=0$ → $a=2$

Si $a=2$ → $\left(\begin{array}{ccc|c} 2 & 2 & a & 1 \\ 0 & 0 & 0 & -3 \end{array}\right)$ → Absurdo en la segunda fila → $0=-3$ → Sistema Incompatible sin solución → Los planos son paralelos, sin puntos en común.

Si $a\neq 2$ → Rango 2 y 3 incógnitas → SCI con un parámetro libre → Las infinitas soluciones son los infinito puntos de la recta de corte entre los planos.

b) Si $a=0$ → $\left(\begin{array}{ccc|c} 2 & 2 & 0 & 1 \\ 0 & -2 & 2 & -3 \end{array}\right)$ → Sabemos que es SCI con un parámetro libre.

$y=k\in\mathbb{R}$ → La solución al sistema es la ecuación paramétrica de la recta.

$$r:\left\{\begin{array}{c} x=\frac{1}{2}-k \\ y=k \\ z=\frac{-3}{2}+k \end{array}\right\}$$

Esta recta pasa por el punto $A(1/2,0,-3/2)$ y vector director $\vec{u}_r=(-1,1,1)$.