

Tema 9

Actividades de positivo Capítulo 6 - Ecuación general del plano parte I

Actividades de positivo

En primer lugar, visualiza el vídeo:

<https://www.youtube.com/watch?v=wINVVMKfDwY>

Si algún concepto no lo comprendes, puedes leer el pdf de teoría de la web (que expresa la misma información, pero en formato escrito y con algunos ejemplos resueltos):

<http://danipartal.net/pdf/2bachTema9Teoria03.pdf> (páginas 6-11)

En segundo lugar, intenta los siguientes ejercicios. Las soluciones las tienes más adelante. Lo ideal sería que solo mirases las soluciones una vez que lo hayas intentado por ti mismo.

Cuando lo tengas correctamente realizado en tu cuaderno, envía fotos al email del profesor **antes del domingo 29 de marzo a las 23.59 horas, para obtener dos positivos del trimestre.**

¡Ánimo!

1. Obtener la ecuación general del plano dado en paramétrica $\Pi: \begin{cases} x=\beta \\ y=\alpha \\ z=\frac{3}{2}+\alpha-\frac{\beta}{2} \end{cases}$.
2. Dado el plano en general $\Pi: x-2y+2z-3=0$, pasar a su forma paramétrica. Recuerda que para pasar de general a paramétrica (ya sea en rectas o planos) debemos resolver el sistema.
3. Dado el plano $\Pi: x+2y+4z-4=0$ obtener sus puntos de corte con los tres ejes de coordenadas.

Soluciones

$$1. \quad \Pi: \begin{cases} x = \beta \\ y = \alpha \\ z = \frac{3}{2} + \alpha - \frac{\beta}{2} \end{cases} \rightarrow \text{Consideramos los parámetros como incógnitas.}$$

$$\begin{cases} \beta = x \\ \alpha = y \\ \alpha - \frac{\beta}{2} = z - \frac{3}{2} \end{cases}$$

Por la determinación lineal del plano, podemos obtener su ecuación general a partir de dos vectores y de un punto del plano. En la matriz ampliada del sistema anterior necesitamos que su rango no sea tres, por lo cual el determinante de la matriz ampliada debe ser nulo.

$$\begin{vmatrix} 0 & 1 & x \\ 1 & 0 & y \\ 1 & -\frac{1}{2} & z - \frac{3}{2} \end{vmatrix} = 0 \rightarrow \text{Sarrus} \rightarrow \frac{-x}{2} + y - z + \frac{3}{2} = 0$$

Puedo dejar la ecuación general así o, si no deseo trabajar con fracciones, puedo multiplicar toda la ecuación por un factor 2 $\rightarrow x - 2y + 2z - 3 = 0$

$$2. \quad \Pi: x - 2y + 2z - 3 = 0$$

¿Qué significa resolver un sistema de una ecuación y tres incógnitas?

Como sabemos que la ecuación representa un plano, y que un plano en paramétricas posee dos parámetros libres, debemos resolver considerando SCI con dos parámetros libres. Dos de las incógnitas serán esos parámetros. Por ejemplo:

$$y = \alpha \in \mathbb{R}, \quad z = \beta \in \mathbb{R} \rightarrow x = 2\alpha - 2\beta + 3$$

$$\text{El plano en paramétricas queda: } \Pi: \begin{cases} x = 2\alpha - 2\beta + 3 \\ y = \alpha \\ z = \beta \end{cases}$$

$$3. \quad \Pi: x + 2y + 4z - 4 = 0$$

$$\text{Si } y = 0, \quad z = 0 \rightarrow x + 2 \cdot 0 + 4 \cdot 0 - 4 = 0 \rightarrow x = 4 \rightarrow A(4, 0, 0)$$

$$\text{Si } x = 0, \quad z = 0 \rightarrow 0 + 2y + 4 \cdot 0 - 4 = 0 \rightarrow y = 2 \rightarrow B(0, 2, 0)$$

$$\text{Si } x = 0, \quad y = 0 \rightarrow 0 + 2 \cdot 0 + 4z - 4 = 0 \rightarrow z = 1 \rightarrow C(0, 0, 1)$$