Tema 9

Actividades de positivo Capítulo 4 - Puntos alineados y división de segmentos

Actividades de positivo

En primer lugar, visualiza el vídeo:

https://www.youtube.com/watch?v=4hsMZnSdPvU

Si algún concepto no lo comprendes, puedes leer el pdf de teoría de la web (que expresa la misma información, pero en formato escrito y con algunos ejemplos resueltos):

http://danipartal.net/pdf/2bachTema9Teoria02.pdf **(páginas 8-12)**

En segundo lugar, intenta los siguientes ejercicios. Las soluciones las tienes más adelante. Lo ideal sería que solo mirases las soluciones una vez que lo hayas intentado por ti mismo.

Estos ejercicios NO SON DE POSITIVO. Sí debes hacerlos en tu cuaderno y comprenderlos, pero no los envíes al profesor como positivo para darle tiempo a que responda los emails acumulados de las actividades anteriores.

Si tienes alguna duda, sí puedes preguntar por email. Pero repito, no son actividades para acumular más positivos. Haz los ejercicios. Compréndelos. Y escribe al profesor solo si tienes dudas sobre ellos.

¡Ánimo!

1. Dado los puntos $A(-1,0,2)$, $B(-7,-6,-4)$ y $C(2,3,5)$ comprueba si están alineados. Hazlo utilizando vectores y hazlo utilizando rectas.
2. Dividir el segmento formado por los puntos $P(-1,0,2)$ *y* $Q(-7,-6,-4)$ en tres partes iguales.

Soluciones

1. Dado los puntos $A(-1,0,2)$, $B(-7,-6,-4)$ y $C(2,3,5)$ comprueba si están alineados. Hazlo utilizando vectores y hazlo utilizando rectas.

Con vectores

Dos vectores son paralelos o antiparalelos (es decir, proporcionales) si el cociente de las primeras componentes de los vectores es igual al cociente de las segundas componentes, y a su vez es igual al cociente de las terceras componentes. Es decir:

$\vec{u}=(u_x, u_y, u_z)$ y $\vec{u}=(v_x, v_y, v_z)$ son proporcionales <==> $\frac{u_x}{v_x}=\frac{u_y}{v_y}=\frac{u_z}{v_z}$

Comprobemos esta relación con nuestros vectores $\vec{AB}=(-6,-6,-6)$ y $\vec{AC}=(3,3,3)$.

$\frac{-6}{3}=\frac{-6}{3}=\frac{-6}{3}$ → Vectores antiparalelos (el factor de proporción es negativo, al valer -6/2 = -2) → Sí están alineados.

dos puntos de la recta, podemos obtener un vector director de la recta de la forma:
$\vec{AB}=(-7+1,-6-0,-4-2)=(-6,-6,-6)$

Con rectas

Vamos a trazar la recta que pasa por los puntos A y B. Para ellos, el vector director paralelo a la recta será:

$\vec{AB}=(-6,-6,-6)$

Un truco para trabajar con números lo más pequeños posibles. Del vector $\vec{AB}=(-6,-6,-6)$ nos interesa su inclinación, para ser paralelo a la recta. Por lo tanto el vector director puede ser $\vec{AB}=(-6,-6,-6)$ o bien cualquier otro vector paralelo o antiparalelo a él. Por ejemplo: $\vec{u}=(1,1,1)$.

Repito. Este paso no es necesario. Lo hago simplemente porque $\vec{u}=(1,1,1)$ y $\vec{AB}=(-6,-6,-6)$ son proporcionales, y los coeficientes del vector $\vec{u}$ son más pequeños.

Un punto de la recta que estamos buscando será $A(-1,0,2)$. En consecuencia: **con un punto de la recta y un vector director, puedo escribir la ecuación de la recta**. Por ejemplo, la continua:

$$r: \frac{x-x_0}{u_x}=\frac{y-y_0}{u_y}=\frac{z-z_0}{u_z} \quad \rightarrow \quad r: \frac{x+1}{-1}=\frac{y}{-1}=\frac{z-2}{-1}$$

Ahora debemos si el tercer punto $C(2,3,5)$ pertenece a la recta. Para ello, comprobamos si satisface dicha ecuación. Tomamos las coordenadas de $C(2,3,5)$ y las sustituimos en las posiciones de x, y, z respectivamente.

$\frac{2+1}{-1}=\frac{3}{-1}=\frac{5-2}{-1}$ $\rightarrow$ $-3=-3=-3$ → Se cumplen todas las igualdades → Sí están alineados.

2. Dividir el segmento formado por los puntos $P(-1,0,2)$ *y* $Q(-7,-6,-4)$ en tres partes iguales.

Consideramos el punto $A(x,y,z)$ como aquel que da lugar a $\frac{1}{3}$ del segmento total.

$\vec{PA}=\frac{1}{3}\vec{PQ}$ $\rightarrow$ $(x+1,y-0,z-2)=\frac{1}{3}(-7+1,-6-0,-4-2)$

Dos vectores son iguales si sus componentes son iguales.

$x+1=-2$ $\rightarrow$ $x=-3$

$y=-2$

$z-2=-2$ $\rightarrow$ $z=0$

Por lo tanto: $A(-3,-2,0)$

Ahora calculamos el punto $B(x,y,z)$ que da lugar a $\frac{2}{3}$ del segmento.

$\vec{PB}=\frac{2}{3}\vec{PQ}$ $\rightarrow$ $(x+1,y-0,z-2)=\frac{2}{3}(-7+1,-6-0,-4-2)$

Igualamos componentes:

$x+1=-4$ $\rightarrow$ $x=-5$

$y=-4$

$z-2=-4$ $\rightarrow$ $z=-2$

Por lo tanto: $B(-5,-4,-2)$