Tema 9

Actividades de positivo Capítulo 3 - Ecuaciones de la recta parte II

Actividades de positivo

En primer lugar, visualiza el vídeo:

https://www.youtube.com/watch?v=ZA-za0KvEjU

Si algún concepto no lo comprendes, puedes leer el pdf de teoría de la web (que expresa la misma información, pero en formato escrito y con algunos ejemplos resueltos):

http://danipartal.net/pdf/2bachTema9Teoria02.pdf **(páginas 5, 6 y 7)**

En segundo lugar, intenta los siguientes ejercicios. Las soluciones las tienes más adelante. Lo ideal sería que solo mirases las soluciones una vez que lo hayas intentado por ti mismo.

Cuando lo tengas correctamente realizado en tu cuaderno, envía fotos al email del profesor **antes del domingo 22 de marzo a las 23.59 horas, para obtener dos positivos del trimestre**.

¡Ánimo!

1. Copia la siguiente frase: "Pasar de recta general a recta paramétrica significa resolver un sistema SCI con un parámetro libre".
2. Pasa la recta general $r:\left\{\begin{matrix} x+y-2z=3 \\ x-y+4z=5 \end{matrix}\right\}$ a recta paramétrica.
3. Copia la siguiente frase: "Pasar de recta paramétrica a recta general significa eliminar parámetros. Podemos hacerlo por Gauss (considerando los parámetros como incógnitas, tal y como vimos en el Tema 6 de matrices) o bien despejando el valor de los parámetros y sustituyendo en las ecuaciones".
4. Pasa la recta paramétrica $r:\left\{\begin{matrix} x=4-\lambda \\ y=-1+3\lambda \\ z=\lambda \end{matrix}\right\}$ a recta general (hazlo de las dos formas: aplicando Gauss y despejando el valor del parámetro y sustituyéndolo en las ecuaciones. En la solución verás el ejercicio resuelto de la dos formas).

Soluciones

1. **Pasar de recta general a recta paramétrica significa resolver un sistema SCI con un parámetro libre.**

2. Pasa la recta general $r:\begin{Bmatrix} x+y-2z=3 \\ x-y+4z=5 \end{Bmatrix}$ a recta paramétrica.

   La forma de proceder es muy sencilla: a una de las variables la consideramos igual al parámetro λ .
   Por ejemplo:
   $$z=\lambda \quad \rightarrow \quad r:\begin{Bmatrix} x+y=3+2\lambda \\ x-y=5-4\lambda \end{Bmatrix}$$
   Y resolvemos el sistema obtenido (es decir, obtenemos el valor de x e y en función del parámetro λ).
   $$r:\begin{Bmatrix} x=4-\lambda \\ y=-1+3\lambda \\ z=\lambda \end{Bmatrix}$$

3. **Pasar de recta paramétrica a recta general significa eliminar parámetros. Podemos hacerlo por Gauss (considerando los parámetros como incógnitas, tal y como vimos en el Tema 6 de matrices) o bien despejando el valor de los parámetros y sustituyendo en las ecuaciones.**

4. Pasa la recta paramétrica $r:\begin{Bmatrix} x=4-\lambda \\ y=-1+3\lambda \\ z=\lambda \end{Bmatrix}$ a recta general.

   Vamos a resolverlo de dos formas. **Primero por Gauss**, considerando el parámetro

como incógnita $\rightarrow$ $r:\begin{Bmatrix} \lambda=4-x \\ \lambda=\frac{1}{3}+\frac{y}{3} \\ \lambda=z \end{Bmatrix} \rightarrow \left(\begin{array}{c|c} 1 & 4-x \\ 1 & \frac{1}{3}+\frac{y}{3} \\ 1 & z \end{array}\right)$.

   Hacemos cero por debajo de la diagonal principal.
   $$F'_2=F_2-F_1 \quad , \quad F'_3=F_3-F_1 \quad \rightarrow \quad \left(\begin{array}{c|c} 1 & 4-x \\ 0 & \frac{-11}{3}+x+\frac{y}{3} \\ 0 & x+z-4 \end{array}\right)$$

   Si recuerdas, tras obtener la matriz triangular, para que no hubiese absurdos matemáticos teníamos que igualar a cero los términos independientes de las ecuaciones donde todos los coeficientes eran cero. Por lo tanto:

$$r:\left\{\begin{matrix} x+\frac{y}{3}-\frac{11}{3}=0 \\ x+z-4=0\end{matrix}\right\}$$ → Esta es la recta en general o implícita.

Vamos a resolverlo ahora de otra forma. **Despejando el valor del parámetro y sustituyendo su valor en el resto de ecuaciones**.

Necesitamos dos ecuaciones donde no aparezca el parámetro λ .

Partimos nuevamente de la paramétrica → $r:\left\{\begin{matrix} x=4-\lambda \\ y=-1+3\lambda \\ z=\lambda\end{matrix}\right\}$

Podemos hacerlo de varias maneras diferentes (todas dan sistemas equivalentes, es decir, con la misma solución). Si sumamos las dos primeras ecuaciones de la forma paramétrica, nos queda:

$x+y=3+2\lambda$

Y como de la tercera ecuación sabemos que $z=\lambda \rightarrow x+y-2z=3$

Si ahora restamos las dos primeras ecuaciones de la forma paramétrica:

$x-y=5-4\lambda$

Como $z=\lambda \rightarrow x-y+4z=5$

Por lo tanto llegamos al sistema 2x3 siguiente:

$r:\left\{\begin{matrix} x+y-2z=3 \\ x-y+4z=5\end{matrix}\right\}$ → Forma general de la recta: dos ecuaciones y tres incógnitas

¿Podría haber sumado, por ejemplo, la primera ecuación más la tercera, y la segunda más la tercera en la forma paramétrica? Sí. Puedo hacerlo. Y habría quedado:

$r:\left\{\begin{matrix} x+z=4 \\ y-3z=-1\end{matrix}\right\}$ → Forma general de la recta: dos ecuaciones y tres incógnitas

¿Y podría haber sumado, por ejemplo, la primera ecuación más la segunda, y la segunda más la tercera en la forma paramétrica? Sí, puedo hacerlo. Y habría quedado:

$r:\left\{\begin{matrix} x+y-2z=3 \\ y-3z=-1\end{matrix}\right\}$ → Forma general de la recta: dos ecuaciones y tres incógnitas

Todas las soluciones son perfectamente válidas. Lo fundamental es tener siempre dos ecuaciones con las tres incógnitas x, y, z en su conjunto, y sin parámetros libres. Al haber infinitas soluciones válidas posibles, es clave explicar bien los pasos que se dan al operar (para que el corrector entienda lo que hago)