Tema 9

Actividades de positivo Capítulo 1 - Pasar de 2 a 3 dimensiones

Actividades de positivo

En primer lugar, visualiza el vídeo:

https://www.youtube.com/watch?v=_KPc-pAHPy8

En segundo lugar, intenta los siguientes ejercicios. Las soluciones las tienes más adelante. Lo ideal sería que solo mirases las soluciones una vez que lo hayas intentado por ti mismo.

Cuando lo tengas correctamente realizado en tu cuaderno, envía fotos al email del profesor **antes del domingo 22 de marzo a las 23.59 horas, para obtener dos positivos del trimestre**.

¡Ánimo!

1. Obtener la distancia entre los puntos $A(1,2,3)$ y $B(0,-4,6)$.
2. Obtener el producto escalar de los vectores $\vec{u}=(1,-1,0)$ y $\vec{v}=(3,2,4)$.
3. Obtener el ángulo formado por los vectores $\vec{u}=(-3,4,1)$ y $\vec{v}=(1,1,1)$.
4. ¿Cuánto debe valer k para que los vectores $\vec{u}=(2,k,1)$ y $\vec{v}=(-1,2,1)$ sean perpendiculares?
5. Comprueba si algunos de los siguientes vectores son proporcionales entre sí. Indica si son paralalelos o antiparalelos.

   $\vec{u}=(1,5,2)$, $\vec{v}=(-2,-10,-4)$, $\vec{w}=(4,20,7)$

   Comprueba, mediante Gauss o por determinantes, que dos vectores proporcionales tienen rango 1 y que dos vectores no proporcionales tienen rango 2.
6. Normaliza el vector $\vec{u}=(1,1,1)$.

Soluciones

1. Obtener la distancia entre los puntos $A(1,2,3)$ y $B(0,-4,6)$.

$d(A,B)=\vec{AB}=\sqrt{(0-1)^2+(-4-2)^2+(6-3)^2}=\sqrt{46}\ u$

2. Obtener el producto escalar de los vectores $\vec{u}=(1,-1,0)$ y $\vec{v}=(3,2,4)$.

$\vec{u}\cdot\vec{v}=1\cdot3-1\cdot2+0\cdot4=1$

3. Obtener el ángulo formado por los vectores $\vec{u}=(-3,4,1)$ y $\vec{v}=(1,1,1)$.

$$\cos(\alpha)=\frac{\vec{u}\cdot\vec{v}}{|\vec{u}|\cdot|\vec{v}|}=\frac{-3\cdot1+4\cdot1+1\cdot1}{\sqrt{26}\cdot\sqrt{3}}=\frac{2}{\sqrt{78}}=0{,}23 \quad\rightarrow\quad \alpha=76{,}91\,^{o}$$

4. ¿Cuánto debe valer k para que los vectores $\vec{u}=(2,k,1)$ y $\vec{v}=(-1,2,1)$ sean perpendiculares?

Condición de vectores perpendiculares → Producto escalar nulo.

Dos vectores perpendiculares también se llaman ortogonales.

$$\vec{u}\cdot\vec{v}=2\cdot(-1)+k\cdot2+1\cdot1 \quad\rightarrow\quad 2\cdot k-1=0 \quad\rightarrow\quad k=\frac{1}{2}$$

5. Comprueba si algunos de los siguientes vectores son proporcionales entre sí. Indica si son paralelos o antiparalelos.

   $\vec{u}=(1,5,2)$, $\vec{v}=(-2,-10,-4)$, $\vec{w}=(4,20,7)$

   Comprueba, mediante Gauss o por determinantes, que dos vectores proporcionales tienen rango 1 y que dos vectores no proporcionales tienen rango 2.

Dividimos las componentes entre sí.

$\frac{1}{-2}=\frac{5}{-10}=\frac{2}{-4} \rightarrow \vec{u}$ y $\vec{v}$ son proporcionales y opuestos (factor de proporción negativo).

$\frac{1}{4}=\frac{5}{20}\neq\frac{2}{7} \rightarrow \vec{u}$ y $\vec{w}$ no son proporcionales.

$\frac{-2}{4}=\frac{-10}{20}\neq\frac{-4}{7} \rightarrow \vec{v}$ y $\vec{w}$ no son proporcionales.

Si formamos una matriz con los vectores $\vec{u}$ y $\vec{v}$:

$$\begin{pmatrix} 1 & 5 & 2 \\ -2 & -10 & -4 \end{pmatrix}$$

Cualquier menor de orden 2 que realicemos es nulo, al ser las dos filas proporcionales. Por lo tanto, el rango de la matriz es 1. Es decir, dos vectores proporcionales siempre tienen rango 1.

Si formamos una matriz con los vectores $\vec{u}$ y $\vec{w}$:

$$\begin{pmatrix} 1 & 5 & 2 \\ 4 & 20 & 7 \end{pmatrix}$$

Si, por ejemplo, consideramos el menor de orden 2 formado por la columna 1 y la columna 3, tendremos:

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 7 \end{vmatrix} = 7-8=-1\neq 0$$

Al ser el determinante distinto de cero, el rango es 2. Es decir, dos vectores no proporcionales siempre tienen rango 2.

6. Normaliza el vector $\vec{u}=(1,1,1)$.

Dividimos el vector por su módulo.

$$|\vec{u}|=\sqrt{1^2+1^2+1^2}=\sqrt{3} \quad \rightarrow \quad \hat{u}=(\frac{1}{\sqrt{3}},\frac{1}{\sqrt{3}},\frac{1}{\sqrt{3}})=(\frac{\sqrt{3}}{3},\frac{\sqrt{3}}{3},\frac{\sqrt{3}}{3})$$

El vector unitario es paralelo al vector de partida, pero de módulo 1.