Problemas – Tema 6

Solución a problemas sobre Determinantes - Hoja 05 - Problemas 1

Hoja 5. Problema 1

Resuelto por Gabriel Manzano (abril 2015)

2. Halla el rango de las siguientes matrices:

a) $C=\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & -2 & 4 \\ -2 & -4 & 1 & 3 & -1 \\ 1 & 2 & 10 & -3 & 11 \\ -2 & -4 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

b) $C=\begin{pmatrix} 1 & 1 & -3 & 4 \\ 2 & -2 & 1 & 1 \\ 1 & -3 & 4 & 3 \end{pmatrix}$

a) $C=\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & -2 & 4 \\ -2 & -4 & 1 & 3 & -1 \\ 1 & 2 & 10 & -3 & 11 \\ -2 & -4 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

Vamos a calcular el rango por el método de Gauss. Se realizan operaciones elementales entre filas y columnas para hacer nulos todos los términos que se encuentran debajo de la diagonal principal:

$$C=\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & -2 & 4 \\ -2 & -4 & 1 & 3 & -1 \\ 1 & 2 & 10 & -3 & 11 \\ -2 & -4 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \rightarrow F'_2=F_2-F_4 \;\; y \;\; F'_3=F_3-F_1 \rightarrow$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & -2 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 3 & -2 \\ 0 & 0 & 7 & -1 & 7 \\ -2 & -4 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \rightarrow F'_4=F_4+2F_1 \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & -2 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 3 & -2 \\ 0 & 0 & 7 & -1 & 7 \\ 0 & 0 & 7 & -4 & 9 \end{pmatrix} \rightarrow$$

$$\rightarrow F'_4=F_4-F_3\rightarrow\begin{pmatrix}1 & 2 & 3 & -2 & 4\\ 0 & 0 & 0 & 3 & -2\\ 0 & 0 & 7 & -1 & 7\\ 0 & 0 & 0 & -3 & 2\end{pmatrix}$$

Observamos que la cuarta fila es la segunda fila pero con el signo cambiado, por lo que es combinación lineal de la segunda fila y por tanto se puede obviar:

$$\begin{pmatrix}1 & 2 & 3 & -2 & 4\\ 0 & 0 & 0 & 3 & -2\\ 0 & 0 & 7 & -1 & 7\end{pmatrix}$$

Concluimos que el **rango (C)=3**

b) $C=\begin{pmatrix}1 & 1 & -3 & 4\\ 2 & -2 & 1 & 1\\ 1 & -3 & 4 & 3\end{pmatrix}$

Como en el ejercicio anterior, se realizan operaciones elementales entre filas y columnas para hacer nulos todos los términos que se encuentran debajo de la diagonal principal:

$$C=\begin{pmatrix}1 & 1 & -3 & 4\\ 2 & -2 & 1 & 1\\ 1 & -3 & 4 & 3\end{pmatrix}\rightarrow F'_2=F_2-2F_1\ \ y\ \ F'_3=F_3-F_1\rightarrow\begin{pmatrix}1 & 1 & -3 & 4\\ 0 & -4 & 7 & -7\\ 0 & -4 & 7 & -1\end{pmatrix}$$

$$\rightarrow F'_3=F_3-F_2\rightarrow\begin{pmatrix}1 & 1 & -3 & 4\\ 0 & -4 & 7 & -7\\ 0 & 0 & 0 & 6\end{pmatrix}$$

Al llegar aquí concluimos que el **rango(C)=3**