Instrucciones:

a) Duración: 50 minutos.

b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**. Indica, en la primera hoja donde resuelves el examen, la opción elegida.

c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.

d) Contesta de forma razonada y escribe a bolígrafo (no a lápiz) ordenadamente y con letra clara. Las faltas de ortografía y la mala presentación pueden restar hasta un máximo de 2 puntos de la nota final (-0,25 por falta, borrón o tachón).

e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Opción A

Ejercicio 1.- a) [1 punto] Inventa una matriz cuadrada de orden cuatro donde todos sus coeficientes sean no nulos y con determinante no nulo. Calcula el determinante de esa matriz.

b) [1,5 puntos] Despeja X de la ecuación matricial $X(CD)^{-1}=A+X(D^{-1}C^{-1}-B)$ y calcula $|X|$, siendo A, B, C y D matrices cuadradas que admiten inversa y que $|A|=|B|=1$ y $|C|=|D|=2$.

Ejercicio 2.- Sea el sistema de ecuaciones lineales $\begin{Bmatrix} (3\alpha-1)x+2y=5-\alpha \\ \alpha x+y=2 \\ 3\alpha x+3y=\alpha+5 \end{Bmatrix}$

a) [1,5 puntos] Discútelo según los valores del parámetro α .

b) [1 punto] Resuélvelo para $\alpha=1$ y determina en dicho caso, si existe, alguna solución donde $x=4$.

Ejercicio 3.- Sea $A=\begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 \\ 0 & a & 0 \\ 2 & 1 & a^2-1 \end{pmatrix}$.

a) [1,5 puntos] Calcular el rango de A en función del parámetro real a .

b) [1 punto] Decidir si la matriz tiene inversa para $a=1$ y, en caso afirmativo, calcularla.

Ejercicio 4.- Sea A una matriz cuadrada de orden 3 tal que $A^2=I$ (siendo I la matriz identidad de orden 3).

a) [1,5 puntos] Razonar que la matriz A tiene inversa y obtener dicha inversa.

b) [1 punto] Si $A=\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & a & 0 \\ 0 & 0 & a \end{pmatrix}$, calcula $|(A^4)^{-1}|$.

Opción B

Ejercicio 1.- Considera el sistema de ecuaciones $\begin{cases} \lambda x+y-z=-1 \\ \lambda x+\lambda z=\lambda \\ x+y-\lambda z=0 \end{cases}$

a) [1,5 puntos] Discute el sistema según los valores de λ .

b) [1 punto] Resuelve el sistema para $\lambda=0$.

Ejercicio 2.- Sean $A=\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$ y $B=\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$.

a) [1 punto] Estudia, según los valores de k , el rango de la matriz resultante de operar $A B^t+k I$, donde B^t es la matriz traspuesta de B e I es la matriz identidad de orden 3.

b) [1,5 puntos] Calcula la matriz X que verifica $A B^t X-X=2B$.

Ejercicio 3.- Dado el sistema de ecuaciones $\begin{cases} 4x+ay-2z=-1 \\ x+y-az=-1 \\ x+y+(2a+2)z=6-a \end{cases}$

a) [1,5 puntos] Estudiar las posibles soluciones según el valor de a .

b) [1 punto] Resolver para todos los casos en que el sistema sea compatible.

Ejercicio 4.- Sean las matrices $A=\begin{pmatrix} 1+m & 1 \\ 1 & 1-m \end{pmatrix}$ y $B=\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$

b) [1 punto] ¿Para que valores de m el rango de A es 1 ?

c) [1,5 puntos] Para $m=1$ calcula X que satisface $A\cdot X-B=A\cdot B$.