

Instrucciones:

a) Duración: 50 minutos.

b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**. Indica, en la primera hoja donde resuelves el examen, la opción elegida.

c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.

d) Contesta de forma razonada y escribe a bolígrafo (no a lápiz) ordenadamente y con letra clara. Las faltas de ortografía y la mala presentación pueden restar hasta un máximo de 2 puntos de la nota final (-0,25 por falta, borrón o tachón).

e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Opción A

Ejercicio 1.- Sea el sistema
$$\begin{cases} ax+3y+z=a \\ x+ay+az=1 \\ x+y-z=1 \end{cases} .$$

a) [1,5 puntos] Discutir las soluciones en función del parámetro a .

b) [1 punto] Resolver para $a=-1$.

Ejercicio 2.- [2,5 puntos] Inventa un sistema de tres ecuaciones con tres incógnitas en cada ecuación, donde aparezca un parámetro λ en al menos dos coeficientes del sistema.

Discute las soluciones en función del parámetro λ . Y para al menos un valor de λ debe existir un sistema incompatible y para otro valor de λ un sistema compatible indeterminado con dos grados de libertad (ojo: no hay que resolver, solo discutir las soluciones).

Ejercicio 3.- Sea el sistema
$$\begin{cases} x+y=1 \\ my+z=0 \\ x+(m+1)y+mz=m+1 \end{cases} .$$

a) [1 punto] Estudiar las soluciones en función del parámetro m .

b) [1,5 puntos] Resolver cuando sea compatible.

Ejercicio 4.- Sea el sistema $AX=B$, donde $A=\begin{pmatrix} a & 2 & -1 \\ 0 & 1 & 2 \\ 3 & 4 & a \end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix} 1 \\ a-2 \\ 3 \end{pmatrix}$ y $X=\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$.

a) [1 punto] ¿Para qué valores de a el sistema tiene solución única?

b) [1 punto] ¿Para qué valores de a el sistema tiene al menos dos soluciones?

c) [0,5 puntos] Halla las soluciones cuando el sistema sea compatible determinado.

Opción B

Ejercicio 1.- Sea el sistema
$$\begin{cases} ax+3y+z=a \\ x+ay+az=1 \\ x+y-z=1 \end{cases} .$$

a) [1,5 puntos] Discutir las soluciones en función del parámetro a .

b) [1 punto] Resolver para $a=-1$.

Ejercicio 2.- Sea $A = \begin{pmatrix} a & -2 & 0 \\ 0 & -2 & 0 \\ 0 & 1 & a \end{pmatrix} .$

a) [1 punto] ¿Para qué valores de a existe la inversa de A ?

b) [1 punto] Hallar el valor de a para que se cumpla $A^{-1} = \frac{1}{4}A$

c) [0,5 puntos] Para $a=1$ Calcula $|A^{-1} \cdot A^4|$

Ejercicio 3.- [2,5 puntos] Calcula el valor de a para que la siguiente matriz sea ortogonal (es decir, la inversa de la matriz coincida con la traspuesta).

$$A = \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{3}} & \frac{1}{\sqrt{6}} \\ 0 & \frac{1}{\sqrt{3}} & \frac{-2}{\sqrt{6}} \\ a & \frac{-1}{\sqrt{3}} & \frac{-1}{\sqrt{6}} \end{pmatrix}$$

Ejercicio 4.- a) [1 punto] ¿Para qué valores de a no existe solución en el siguiente sistema?

$$\begin{cases} ax+a^2y+az=0 \\ x+ay-3z=0 \\ x+y-z=0 \end{cases}$$

b) [1,5 puntos] Despeja X de la ecuación matricial $X(CD)^{-1} = A + X(D^{-1}C^{-1} - B)$ y calcula $|X|$, siendo A, B, C y D matrices cuadradas que admiten inversa y que $|A|=|B|=1$ y $|C|=|D|=2$.