Instrucciones:

a) Duración: 50 minutos.

b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**. Indica, en la primera hoja donde resuelves el examen, la opción elegida.

c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.

d) Contesta de forma razonada y escribe a bolígrafo (no a lápiz) ordenadamente y con letra clara. Las faltas de ortografía y la mala presentación pueden restar hasta un máximo de 2 puntos de la nota final (-0,25 por falta, borrón o tachón).

e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Opción A

Ejercicio 1.- Sea el sistema $\left\{\begin{array}{c} ax+3y+z=a \\ x+ay+az=1 \\ x+y-z=1 \end{array}\right\}$.

a) [1,5 puntos] Discutir las soluciones en función del parámetro a .

b) [1 punto] Resolver para $a=-1$.

Ejercicio 2.- [2,5 puntos] Estudiar el rango de $A=\begin{pmatrix} -1 & -1 & a \\ -3 & 2 & a \\ 0 & a & -1 \end{pmatrix}$ en función del parámetro a .

Ejercicio 3.- Sea el sistema $\left\{\begin{array}{c} x+y=1 \\ my+z=0 \\ x+(m+1)y+mz=m+1 \end{array}\right\}$.

a) [1 punto] Estudiar las soluciones en función del parámetro m .

b) [1,5 puntos] Resolver cuando sea compatible.

Ejercicio 4.- a) [1,5 puntos] Por la compra de cinco cuadernos, dos rotuladores y tres bolígrafos se han pagado veintidós euros. Si se compran dos cuadernos, un rotulador y seis bolígrafos, el coste es de catorce euros. Expresar, en función del precio de un bolígrafo, lo que costaría un cuaderno y lo que costaría un rotulador.

b) [1 punto] Sabiendo que A es una matriz cuadrada de orden 2 tal que $|A|=5$, obtener $|-A|$ y $|A^{-1}|$.

Opción B

Ejercicio 1.- Sea el sistema $\begin{Bmatrix} a\,x+3\,y+z=a \\ x+a\,y+a\,z=1 \\ x+y-z=1 \end{Bmatrix}$.

a) [1,5 puntos] Discutir las soluciones en función del parámetro a .

b) [1 punto] Resolver para $a=-1$.

Ejercicio 2.- Sea $A=\begin{pmatrix} 1 & a & a+1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & a & a-1 \end{pmatrix}$

a) [1,5 puntos] Hallar los valores de a para los que tiene inversa A .

b) [1 punto] Obtener la matriz X que verifica $A\cdot X=\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ siendo $a=1$.

Ejercicio 3.- [2,5 puntos] Sabiendo que $\begin{vmatrix} a & b & c \\ 1 & 1 & 1 \\ 3 & 0 & 1 \end{vmatrix}=2$ calcula $\begin{vmatrix} 3-a & -b & 1-c \\ 1+a & 1+b & 1+c \\ 3a & 3b & 3c \end{vmatrix}$

Ejercicio 4.- [1,5 puntos] Crea un sistema de ecuaciones de 3 ecuaciones y 3 incógnitas, que sea compatible determinado. Cada ecuación debe contener al menos dos incógnitas. Demuestra, mediante el teorema de Rouché-Frobenius, que el sistema es compatible determinado.

b) [1 punto] Añade una cuarta ecuación al sistema anterior para obtener un sistema incompatible. Demuestra, mediante el teorema de Rouché-Frobenius, que el sistema es incompatible.
