

**Instrucciones:**

- a) Duración:** Recuperación extraordinaria. Tiempo estimado para su realización: 1 hora y 30 minutos.
- b)** Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**. Indica, en la primera hoja donde resuelves el examen, la opción elegida.
- c)** La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.
- d)** Contesta de forma razonada y escribe a bolígrafo (no a lápiz) ordenadamente y con letra clara. Las faltas de ortografía y la mala presentación pueden restar hasta un máximo de 2 puntos de la nota final (-0,25 por falta, borrón o tachón).
- e)** Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

**Opción A**

**Ejercicio 1.-** Sea  $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$ .

- a) [1 punto]** Calcula  $A^{-1}$                       **b) [0,5 puntos]** Calcula  $|A^{-1}|$
- c) [0,5 puntos]**  $|((5A)^{-1})|$                       **d) [0,5 puntos]**  $A^7$

**Ejercicio 2.- a) [1,5 puntos]** Determina el rango de  $A = \begin{pmatrix} a & -a & 6 \\ 2 & -2 & 4 \\ a+2 & -5 & -10 \end{pmatrix}$  según el parámetro  $a$ .

**b) [1 punto]** Encontrar una matriz  $B$ , de orden  $2 \times 2$ , que verifique la siguiente ecuación matricial:

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} B \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 & -3 \\ 3 & 3 \end{pmatrix}$$

**Ejercicio 3.- [1,5 puntos]** Sea  $A = \begin{pmatrix} 1 & a & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ . Hallar el rango de  $A$  según los valores de  $a$ .

**b) [1 punto]** Para  $a=0$  calcular  $A^4$

**Ejercicio 4.-** Sea el sistema  $\begin{cases} 2x + y + az = -1 \\ -x + ay - z = 2 \\ 2ax - 2y + a^2z = 2 \end{cases}$

- a) [1 punto]** Discute las soluciones del siguiente sistema según los valores del parámetro  $a$ .
- b) [1,5 puntos]** Resolverlo cuando sea compatible.

**Opción B**

**Ejercicio 1.- a) [1 punto]** Sea  $M$  una matriz cuadrada que cumple  $|M|=-1$  y  $|(-2)M|=8$ . ¿Cuál es el orden de la matriz cuadrada? Justifica tu respuesta.

**b) [1 punto]** Sea  $M$  una matriz cuadrada de orden 2 tal que  $|M|=7$ . ¿Cuál es el valor de  $|M^2|$  y de  $|2M|$ ? Justifica tu respuesta.

**b) [0,5 puntos]** Sea  $A=\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$ . Calcula  $A^7$ .

**Ejercicio 2.-** Sea  $A=\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ a & b & c \\ a^2 & b^2 & c^2 \end{pmatrix}$  y sabemos que  $|A|=2$ . Calcula los siguientes determinantes, explicando adecuadamente los pasos que sigues para calcularlos:

**a) [1 punto]**  $\begin{vmatrix} a-1 & b-1 & c-1 \\ a^2-1 & b^2-1 & c^2-1 \\ 5 & 5 & 5 \end{vmatrix}$       **b) [1,5 puntos]**  $\begin{vmatrix} (a+1)^2 & (b+1)^2 & (c+1)^2 \\ a & b & c \\ a^2 & b^2 & c^2 \end{vmatrix}$

**Ejercicio 3.-** Sea  $A=\begin{pmatrix} a & -2 & 0 \\ 0 & -2 & 0 \\ 0 & 1 & a \end{pmatrix}$ .

**a) [1 punto]** ¿Para qué valores de  $a$  existe la inversa de  $A$ ?

**b) [1 punto]** Hallar el valor de  $a$  para que se cumpla  $A^{-1}=\frac{1}{4}A$

**c) [0,5 puntos]** Para  $a=1$  Calcula  $A^4$

**Ejercicio 4.- [2,5 puntos]** Calcula el valor de  $a$  para que la siguiente matriz sea ortogonal (es decir, la inversa de la matriz coincida con la traspuesta).

$$A=\begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{3}} & \frac{1}{\sqrt{6}} \\ 0 & \frac{1}{\sqrt{3}} & \frac{-2}{\sqrt{6}} \\ p & \frac{-1}{\sqrt{3}} & \frac{-1}{\sqrt{6}} \end{pmatrix}$$