Instrucciones:

a) Duración: 50 minutos.

b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**. Indica, en la primera hoja donde resuelves el examen, la opción elegida.

c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.

d) Contesta de forma razonada y escribe a bolígrafo (no a lápiz) ordenadamente y con letra clara. Las faltas de ortografía y la mala presentación pueden restar hasta un máximo de 2 puntos de la nota final (-0,25 por falta, borrón o tachón).

e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Opción A

Ejercicio 1.- a) [1,5 puntos] Por la compra de cinco cuadernos, dos rotuladores y tres bolígrafos se han pagado veintidós euros. Si se compran dos cuadernos, un rotulador y seis bolígrafos, el coste es de catorce euros. Expresar, en función del precio de un bolígrafo, lo que costaría un cuaderno y lo que costaría un rotulador.

b) [1 punto] ¿Para qué valores de a no existe solución en el siguiente sistema?

$$\left\{\begin{matrix} a\,x+a^2\,y+a\,z=0 \\ x+a\,y-3\,z=0 \\ x+y-z=0 \end{matrix}\right\}$$

Ejercicio 2.- Sea el sistema $\left\{\begin{matrix} b\,x+y+z=3 \\ x+y+z=3 \\ 2\,x+y+b\,z=3 \end{matrix}\right\}$

a) [1 punto] Discutir las soluciones en función del parámetro b .

b) [1,5 puntos] Resolver cuando el sistema sea compatible.

Ejercicio 3.- Sea el sistema $\left\{\begin{matrix} a\,x+3\,y+z=a \\ x+a\,y+a\,z=1 \\ x+y-z=1 \end{matrix}\right\}$.

a) [1,5 puntos] Discutir las soluciones en función del parámetro a .

b) [1 punto] Resolver para $a=-1$.

Ejercicio 4.- Sea el sistema de ecuaciones lineales $\left\{\begin{matrix} (3\alpha-1)\,x+2\,y=5-\alpha \\ \alpha\,x+y=2 \\ 3\alpha\,x+3\,y=\alpha+5 \end{matrix}\right\}$

a) [1,5 puntos] Discútelo según los valores del parámetro α .

b) [1 punto] Resuélvelo para $\alpha=1$ y determina en dicho caso, si existe, alguna solución donde $x=4$.

Opción B

Ejercicio 1.- a) [1,5 puntos] Calcula el valor de a para que la siguiente matriz sea ortogonal (es decir, la inversa de la matriz coincida con la traspuesta).

$$A=\begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{3}} & \frac{1}{\sqrt{6}} \\ 0 & \frac{1}{\sqrt{3}} & \frac{-2}{\sqrt{6}} \\ a & \frac{-1}{\sqrt{3}} & \frac{-1}{\sqrt{6}} \end{pmatrix}$$

a) [1 punto] Calcula el siguiente determinante $A=\begin{vmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & -1 & -2 \\ 0 & 1 & 2 & -1 \\ 1 & 0 & 2 & -1 \end{vmatrix}$

Ejercicio 2.- Sea el sistema $A\,X=B$, donde $A=\begin{pmatrix} a & 2 & -1 \\ 0 & 1 & 2 \\ 3 & 4 & a \end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix} 1 \\ a-2 \\ 3 \end{pmatrix}$ y $X=\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$.

a) [1 punto] ¿Para qué valores de a el sistema tiene solución única?

b) [1,5 puntos] ¿Para qué valores de a el sistema tiene al menos dos soluciones?

Ejercicio 3.- Dado el sistema de ecuaciones $\left\{\begin{array}{c} 4x+a\,y-2z=-1 \\ x+y-a\,z=-1 \\ x+y+(2a+2)z=6-a \end{array}\right\}$

a) [1,5 puntos] Estudiar las posibles soluciones según el valor de a .

b) [1 punto] Resolver para todos los casos en que el sistema sea compatible.

Ejercicio 4.- Considera el sistema de ecuaciones $\left\{\begin{array}{c} \lambda x+y-z=-1 \\ \lambda x+\lambda z=\lambda \\ x+y-\lambda z=0 \end{array}\right\}$

a) [1,5 puntos] Discute el sistema según los valores de λ .

b) [1 punto] Resuelve el sistema para $\lambda=0$.