

Instrucciones:

a) Duración: 50 minutos.

b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**. Indica, en la primera hoja donde resuelves el examen, la opción elegida.

c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.

d) Contesta de forma razonada y escribe a bolígrafo (no a lápiz) ordenadamente y con letra clara. Las faltas de ortografía y la mala presentación pueden restar hasta un máximo de 2 puntos de la nota final (-0,25 por falta, borrón o tachón).

e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Opción A

Ejercicio 1.- a) [1,5 puntos] Por la compra de cinco cuadernos, dos rotuladores y tres bolígrafos se han pagado veintidós euros. Si se compran dos cuadernos, un rotulador y seis bolígrafos, el coste es de catorce euros. Expresar, en función del precio de un bolígrafo, lo que costaría un cuaderno y lo que costaría un rotulador.

b) [1 punto] ¿Para qué valores de a no existe solución en el siguiente sistema?

$$\begin{cases} ax + a^2y + az = 0 \\ x + ay - 3z = 0 \\ x + y - z = 0 \end{cases}$$

Ejercicio 2.- Sea el sistema $\begin{cases} bx + y + z = 3 \\ x + y + z = 3 \\ 2x + y + bz = 3 \end{cases}$

a) [1 punto] Discutir las soluciones en función del parámetro b .

b) [1,5 puntos] Resolver cuando el sistema sea compatible.

Ejercicio 3.- Sea el sistema $\begin{cases} ax + 3y + z = a \\ x + ay + az = 1 \\ x + y - z = 1 \end{cases}$.

a) [1,5 puntos] Discutir las soluciones en función del parámetro a .

b) [1 punto] Resolver para $a = -1$.

Ejercicio 4.- Sea el sistema de ecuaciones lineales $\begin{cases} (3\alpha - 1)x + 2y = 5 - \alpha \\ \alpha x + y = 2 \\ 3\alpha x + 3y = \alpha + 5 \end{cases}$

a) [1,5 puntos] Discútelo según los valores del parámetro α .

b) [1 punto] Resuélvelo para $\alpha = 1$ y determina en dicho caso, si existe, alguna solución donde $x = 4$.

Opción B

Ejercicio 1.- a) [1,5 puntos] Calcula el valor de a para que la siguiente matriz sea ortogonal (es decir, la inversa de la matriz coincide con la traspuesta).

$$A = \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{3}} & \frac{1}{\sqrt{6}} \\ 0 & \frac{1}{\sqrt{3}} & \frac{-2}{\sqrt{6}} \\ a & \frac{-1}{\sqrt{3}} & \frac{-1}{\sqrt{6}} \end{pmatrix}$$

a) [1 punto] Calcula el siguiente determinante $A = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & -1 & -2 \\ 0 & 1 & 2 & -1 \\ 1 & 0 & 2 & -1 \end{vmatrix}$

Ejercicio 2.- Sea el sistema $A X = B$, donde $A = \begin{pmatrix} a & 2 & -1 \\ 0 & 1 & 2 \\ 3 & 4 & a \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 \\ a-2 \\ 3 \end{pmatrix}$ y $X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$.

a) [1 punto] ¿Para qué valores de a el sistema tiene solución única?

b) [1,5 puntos] ¿Para qué valores de a el sistema tiene al menos dos soluciones?

Ejercicio 3.- Dado el sistema de ecuaciones $\begin{cases} 4x + ay - 2z = -1 \\ x + y - az = -1 \\ x + y + (2a+2)z = 6-a \end{cases}$

a) [1,5 puntos] Estudiar las posibles soluciones según el valor de a .

b) [1 punto] Resolver para todos los casos en que el sistema sea compatible.

Ejercicio 4.- Considera el sistema de ecuaciones $\begin{cases} \lambda x + y - z = -1 \\ \lambda x + \lambda z = \lambda \\ x + y - \lambda z = 0 \end{cases}$

a) [1,5 puntos] Discute el sistema según los valores de λ .

b) [1 punto] Resuelve el sistema para $\lambda = 0$.