Instrucciones:

a) Duración: 50 minutos.

b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**. Indica, en la primera hoja donde resuelves el examen, la opción elegida.

c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.

d) Contesta de forma razonada y escribe a bolígrafo (no a lápiz) ordenadamente y con letra clara. Las faltas de ortografía y la mala presentación pueden restar hasta un máximo de 2 puntos de la nota final (-0,25 por falta, borrón o tachón).

e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Opción A

Ejercicio 1.- Sea $A=\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$.

a) [1 punto] Calcula A^{-1} **b) [0,5 puntos]** Calcula $|A^{-1}|$

c) [0,5 puntos] $|(5A)^{-1}|$ **b) [0,5 puntos]** $|A^{2013}|$

Ejercicio 2.- a) [1,5 puntos] Determina el rango de $A=\begin{pmatrix} a & -a & 6 \\ 2 & -2 & 4 \\ a+2 & -5 & -10 \end{pmatrix}$ según el parámetro a **.**

b) [1 punto] Encontrar una matriz B , de orden 2×2 , que verifique la siguiente ecuación matricial:

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} B \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 & -3 \\ 3 & 3 \end{pmatrix}$$

Ejercicio 3.- [2,5 puntos] Sea $A=\begin{pmatrix} 1 & a & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$. Hallar el rango de A según los valores de a .

Ejercicio 4.- Sea el sistema $\left\{ \begin{array}{c} 2x+y+az=-1 \\ -x+ay-z=2 \\ 2ax-2y+a^2z=2 \end{array} \right\}$

a) [1 puntos] Discute las soluciones del siguiente sistema según los valores del parámetro a **.**

b) [1 punto] Resolverlo cuando sea compatible determinado.

c) [0,5 puntos] Resolverlo cuando sea compatible indeterminado.

Opción B

Ejercicio 1.- a) [1 punto] Sea M una matriz cuadrada que cumple $|M|=-1$ y $|(-2)M|=8$. ¿Cuál es el orden de la matriz cuadrada? Justifica tu respuesta.

b) [1,5 puntos] Sea A una matriz cuadrada de orden 2 tal que $|M|=7$. ¿Cuál es el valor de $|A^2|$ y de $|A^2|$? Justifica tu respuesta.

Ejercicio 2.- Sea $A=\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ a & b & c \\ a^2 & b^2 & c^2 \end{pmatrix}$ y sabemos que $|A|=2$. Calcula los siguientes determinantes, explicando adecuadamente los pasos que sigues para calcularlos:

a) [1 punto] $\begin{vmatrix} a-1 & b-1 & c-1 \\ a^2-1 & b^2-1 & c^2-1 \\ 5 & 5 & 5 \end{vmatrix}$

b) [1,5 puntos] $\begin{vmatrix} (a+1)^2 & (b+1)^2 & (c+1)^2 \\ a & b & c \\ a^2 & b^2 & c^2 \end{vmatrix}$

Ejercicio 3.- Sea $A=\begin{pmatrix} a & -2 & 0 \\ 0 & -2 & 0 \\ 0 & 1 & a \end{pmatrix}$.

a) [1 punto] ¿Para qué valores de a existe la inversa de A ?

b) [1,5 puntos] Hallar el valor de a para que se cumpla $A^{-1}=\frac{1}{4}A$

Ejercicio 4.- [2,5 puntos] Calcula el valor de a para que la siguiente matriz sea ortogonal (es decir, la inversa de la matriz coincida con la traspuesta).

$$A=\begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{3}} & \frac{1}{\sqrt{6}} \\ 0 & \frac{1}{\sqrt{3}} & \frac{-2}{\sqrt{6}} \\ p & \frac{-1}{\sqrt{3}} & \frac{-1}{\sqrt{6}} \end{pmatrix}$$