Instrucciones:

a) Duración: 50 minutos.

b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**. Indica, en la primera hoja donde resuelves el examen, la opción elegida.

c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.

d) Contesta de forma razonada y escribe a bolígrafo (no a lápiz) ordenadamente y con letra clara. Las faltas de ortografía y la mala presentación pueden restar hasta un máximo de 2 puntos de la nota final (-0,25 por falta, borrón o tachón).

e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Opción A

Ejercicio 1.- a) [1,5 puntos] Determina el rango de $A=\begin{pmatrix} a & -a & 6 \\ 2 & -2 & 4 \\ a+2 & -5 & -10 \end{pmatrix}$ según el valor de a .

b) [1 punto] Si $A=\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & a & 0 \\ 0 & 0 & a \end{pmatrix}$, calcula $|A^4|$ y $|(A^4)^{-1}|$.

Ejercicio 2.- Sea A una matriz 3x3 tal que $det(2A)=8$.

a) [0,5 puntos] ¿Cuánto vale $det(A)$?

b) [0,5 puntos] Siendo B la matriz que se obtiene de A multiplicando por 3 la primera fila y por -1 la tercera, ¿cuánto vale $det(B)$?

c) [1,5 puntos] ¿Cuánto vale x para que $A=\begin{pmatrix} x & 1 & 1 \\ x+1 & 2 & 2 \\ x & -x+2 & 1 \end{pmatrix}$ verifique que $det(2A)=8$?

Ejercicio 3.- a) [1,5 puntos] Calcular el determinante de $A=\begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 & 2 \\ 4 & 3 & 6 & 7 \\ 3 & -1 & -2 & -3 \\ 5 & 3 & 6 & 7 \end{pmatrix}$

b) [1 punto] Dadas la matrices $A=\begin{pmatrix} -2 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 4 & 2 & -2 \end{pmatrix}$ y $B=\begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 0 & -1 & 5 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$, obtener razonadamente el valor de los determinantes $|(A+B)^{-1}\cdot A|$ y $|A^{-1}(A+B)|$, escribiendo todos los pasos del razonamiento.

Ejercicio 4.- Sea el sistema de ecuaciones lineales $\begin{cases} (3\alpha-1)x+2y=5-\alpha \\ \alpha x+y=2 \\ 3\alpha x+3y=\alpha+5 \end{cases}$

a) [1,5 puntos] Discútelo según los valores del parámetro α .

b) [1 punto] Resuélvelo para $\alpha=1$ y determina en dicho caso, si existe, alguna solución donde $x=4$.

Opción B

Ejercicio 1.- a) [1 punto] Sabiendo que $\begin{vmatrix} a & b & c \\ 1 & 1 & 1 \\ 3 & 0 & 1 \end{vmatrix} = 2$ calcula $\begin{vmatrix} 3-a & -b & 1-c \\ 1+a & 1+b & 1+c \\ 3a & 3b & 3c \end{vmatrix}$.

b) [1,5 puntos] Considera $A = \begin{pmatrix} -2 & -2 & 0 \\ -2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix}$. Determina los valores de λ para los que la matriz $A + \lambda I$ no tiene inversa (I es la matriz identidad).

Ejercicio 2.- Considera las matrices $A = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 2 & m \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ -2 & m & 0 \\ 3 & 2 & m \end{pmatrix}$.

a) [1,5 puntos] Encuentra el valor, o los valores, de m para los que A y B tienen el mismo rango.

b) [1 punto] Determina, si existen, los valores de m para los que A y B tienen el mismo determinante.

Ejercicio 3.- Dado el sistema de ecuaciones $\left\{ \begin{array}{c} 4x + a y - 2z = -1 \\ x + y - a z = -1 \\ x + y + (2a+2) z = 6 - a \end{array} \right\}$

a) [1,5 puntos] Estudiar las posibles soluciones según el valor de a .

b) [1 punto] Resolver para todos los casos en que el sistema sea compatible.

Ejercicio 4.- Dadas la matrices $A = \begin{pmatrix} -2 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 4 & 2 & -2 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 0 & -1 & 5 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$, obtener razonadamente el valor de los siguientes determinantes, escribiendo todos los pasos del razonamiento.

a) [1 punto] $|A+B|$ y $\left|\frac{1}{2}(A+B)^{-1}\right|$

b) [1 punto] $|(A+B)^{-1} \cdot A|$ y $|A^{-1}(A+B)|$

c) [0,5 puntos] $|2\, A\, B\, A^{-1}|$ y $|A^3 B^{-1}|$