Instrucciones:

a) Duración: 50 minutos.

b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**. Indica, en la primera hoja donde resuelves el examen, la opción elegida.

c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.

d) Contesta de forma razonada y escribe a bolígrafo (no a lápiz) ordenadamente y con letra clara. Las faltas de ortografía y la mala presentación pueden restar hasta un máximo de 2 puntos de la nota final (-0,25 por falta, borrón o tachón).

e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Opción A

Ejercicio 1.- a) [1 punto] Sea $A=\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$. Calcula $|A^{-1}|$ y $|(5\mathrm{A})^{-1}|$.

b) [1,5 puntos] Despeja X de la ecuación matricial $X(CD)^{-1}=A+X(D^{-1}C^{-1}-B)$ y calcula $|X|$, siendo $A, B, C\ y\ D$ matrices cuadradas que admiten inversa y que $|A|=|B|=1$ y $|C|=|D|=2$.

Ejercicio 2.- Considera el sistema de ecuaciones $\begin{Bmatrix} \lambda x+y-z=-1 \\ \lambda x+\lambda z=\lambda \\ x+y-\lambda z=0 \end{Bmatrix}$

a) [1,5 puntos] Discute el sistema según los valores de λ .

b) [1 punto] Resuelve el sistema para $\lambda=0$.

Ejercicio 3.- Sea $A=\begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 \\ 0 & a & 0 \\ 2 & 1 & a^2-1 \end{pmatrix}$.

a) [1 punto] Calcular el rango de A en función del parámetro real a .

b) [1,5 puntos] Decidir si la matriz tiene inversa para $a=1$ y, en caso afirmativo, calcularla.

Ejercicio 4.- a) [1 punto] Sea A una matriz cuadrada de orden 3 tal que $A^2=I$ y que $|A|=5$ (siendo I la matriz identidad de orden 3). Razonar que la matriz A tiene inversa y calcular $|A^{-1}|$. ¿Quién será esa matriz inversa?

b) [1,5 puntos] Sea $A=\begin{pmatrix} a & -2 & 0 \\ 0 & -2 & 0 \\ 0 & 1 & a \end{pmatrix}$. Hallar el valor de a para que se cumpla $A^{-1}=\frac{1}{4}A$.

Opción B

Ejercicio 1.- a) [1 punto] Sabiendo que $\begin{vmatrix} a & b & c \\ 1 & 1 & 1 \\ 3 & 0 & 1 \end{vmatrix} = 2$ calcula $\begin{vmatrix} 3-a & -b & 1-c \\ 1+a & 1+b & 1+c \\ 3a & 3b & 3c \end{vmatrix}$.

b) [1,5 puntos] Si $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & a & 0 \\ 0 & 0 & a \end{pmatrix}$, calcula $|A^4|$ y $|(A^4)^{-1}|$.

Ejercicio 2.- a) [1 punto] Determina el rango de $A = \begin{pmatrix} a & -a & 6 \\ 2 & -2 & 4 \\ a+2 & -5 & -10 \end{pmatrix}$ según el valor de a **.**

b) [1,5 puntos] Sea $A = \begin{pmatrix} a & -2 & 0 \\ 0 & -2 & 0 \\ 0 & 1 & a \end{pmatrix}$. Hallar el valor de a para que se cumpla $A^{-1} = \frac{1}{4} A$.

Ejercicio 3.- Dado el sistema de ecuaciones $\left\{ \begin{array}{c} 4x + a\,y - 2z = -1 \\ x + y - a\,z = -1 \\ x + y + (2a+2)\,z = 6 - a \end{array} \right\}$

a) [1,5 puntos] Estudiar las posibles soluciones según el valor de a .

b) [1 punto] Resolver para todos los casos en que el sistema sea compatible.

Ejercicio 4.- Sean las matrices $A = \begin{pmatrix} 1+m & 1 \\ 1 & 1-m \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$

a) [0,5 puntos] ¿Para que valores de m el rango de A es 1 ?

b) [1 punto] ¿Para qué valores de m se cumple que $|A| = 3|B|$?

c) [1 punto] ¿Para qué valores de m se cumple que $|A^3| = -64$?