Preparando Selectividad
Solución Selectividad - Modelo 05

Modelo 05. Opción A. Ejercicio 1

Sea la función $f(x)=\begin{cases} a-x & si \quad x\le 1 \\ \frac{b}{x}+\ln(x) & si \quad x>1 \end{cases}$ **continua y derivable en** $x=1$ **.**

a) Obtener a **y** b **.**

b) Para $a=3$ **y** $b=2$ **calcula los extremos absolutos en el intervalo** $[1,e]$ **.**

a) Si la función es continua en $x=1$ debe cumplir:

$$\exists f(1)=a-1$$

$$\lim_{x\to 1^-}(a-x)=a-1$$

$$\lim_{x\to 1^-}\left(\frac{b}{x}+\ln(x)\right)=b$$

Igualdad de límites laterales → $a-1=b$

Función definida en $x=1$ coincide con el límite en $x=1$ → $a-1=a-1$

Ya tenemos una primera condición que deben cumplir ambos parámetros.

Ahora estudiamos la derivabilidad. Si la función es derivable en $x=1$ las derivadas laterales en ese punto deben coincidir.

$$f'(x)=\begin{cases} -1 & si \quad x<1 \\ \frac{-b}{x^2}+\frac{1}{x} & si \quad x>1 \end{cases} \rightarrow \quad f'(1^-)=f'(1^+) \rightarrow \quad -1=b+1 \rightarrow \quad b=2$$

Ya tenemos el valor $b=2$ → Si $a-1=b$ → $a=3$

b) Para $a=3$ y $b=2$ debo estudiar los extremos absolutos en el intervalo cerrado $[1,e]$. Por lo tanto debo conocer el valor de la función en los extremos: $f(1)$ y $f(e)$, y además determinar si en el intervalo existe algún extremo relativo que pueda ser absoluto.

Los candidatos a extremos relativos se obtienen derivando la función e igualando a 0 .

Es decir:

$$f'(x)=\begin{cases} -1 \quad si \quad x<1 \\ \dfrac{-2}{x^2}+\dfrac{1}{x} \quad si \quad x>1 \end{cases} \quad , \quad f'(x)=0 \text{ con } x\in[1,e]$$

Como calculamos anteriormente → $f'(1)=-1$, $f'(x)=0$ → $-1=0$ → Absurdo

En el segundo tramo de la función → $\dfrac{-2}{x^2}+\dfrac{1}{x}=0$ → $x=2$

Demostramos si $x=2$ es extremo relativo, con la segunda derivada.

$f''(x)=\dfrac{4}{x^3}-\dfrac{1}{x^2}$ → $f''(2)=\dfrac{4}{8}-\dfrac{1}{4}>0$ → En $x=2$ hay un mínimo relativo.

Por lo tanto debemos estudiar el valor de la función en los dos extremos del intervalo cerrado $[1,e]$ y en el mínimo relativo $x=2$.

$x=1 \rightarrow f(1)=2$

$x=2 \rightarrow f(2)=\dfrac{2}{2}+\ln(2)\simeq 1,69$

$x=e \rightarrow f(e)=\dfrac{2}{e}+\ln(e)\simeq 1,74$

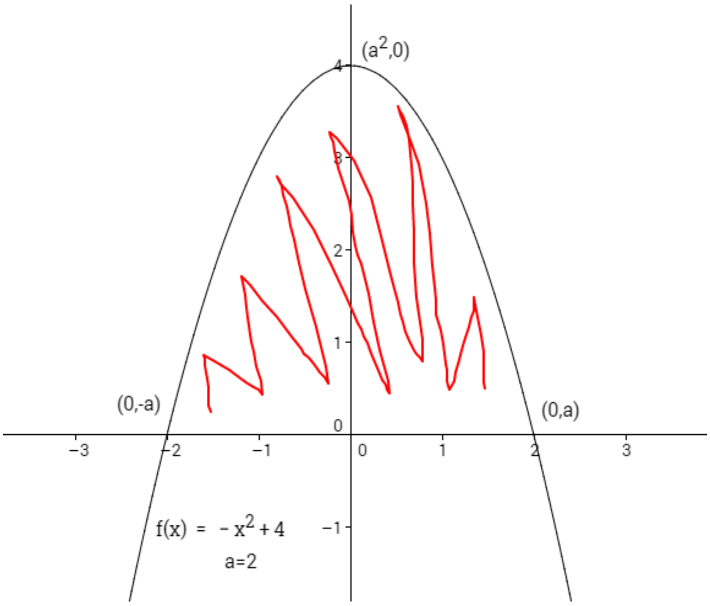
Por lo tanto, en el intervalo $[1,e]$ tenemos un máximo absoluto en el punto $(1,2)$ y un mínimo absoluto en $(2,\ 1,69)$.

Modelo 05. Opción A. Ejercicio 2

Calcula el parámetro $a \in \mathbb{R}, a>0$ para que el valor del área de la región determinada por la parábola $f(x)=-x^2+a^2$ y el eje de abscisas coincida con la pendiente de la recta tangente a la gráfica de la función en el punto de abscisa $x=-a$.

$f(x)=-x^2+a^2$ → Tenemos una parábola con máximo en $x=0$, punto de corte con el eje vertical en $(0,a^2)$ y puntos de corte con el eje horizontal en $(0,-a),(0,a)$.

La siguiente gráfica muestra un ejemplo de estos resultados, coloreando en rojo la sección encerrada por la función y el eje de abscisas.



Por simetría par de la función, el área encerrada queda:

$A=2\int_0^a(-x^2+a^2)\,dx=2\left[\frac{-x^3}{3}+a^2x\right]_0^a=2\left[\frac{-a^3}{3}+a^3-0-0\right]=2\left(\frac{-a^3+3a^3}{3}\right)=\frac{4a^3}{3}$ El enunciado el problema afirma que este área debe ser igual al valor de la pendiente de la recta tangente a la función en $x=-a$. Es decir, debemos derivar la función y evaluarla en $x=-a$ para obtener el valor de esa pendiente.

$f(x)=-x^2+a^2 \;\rightarrow\; f'(x)=-2x \;\rightarrow\; f'(-a)=2a$

Igualando con el área:

$\frac{4a^3}{3}=2a \;\rightarrow\; \;\rightarrow\; a=+\sqrt{\frac{3}{2}}$ → Donde tomamos valor positivo porque $a>0$.

Modelo 05. Opción A. Ejercicio 3

Sabemos que el vector $(2,1,-1)$ **es solución del sistema**

$$\begin{cases} ax+by+cz=a+c \\ bx-y+bz=a-b-c \\ cx-by+2z=b \end{cases}$$

Calcule el valor de los parámetros a, b y c **.**

Si el vector $(2,1,-1)$ es solución, sustituyo los valores de sus componentes en las incógnitas x, y, z del sistema.

$$\begin{cases} 2a+b-c=a+c \\ 2b-1-b=a-b-c \\ 2c-b-2=b \end{cases} \rightarrow \text{Nuevo sistema con } a, b \text{ y } c \text{ como incógnitas.}$$

$$\begin{cases} a+b-2c=0 \\ -a+2b+c=1 \\ -2b+2c=2 \end{cases} \rightarrow \text{Notación matricial} \rightarrow \quad M=\begin{pmatrix} 1 & 1 & -2 \\ -1 & 2 & 1 \\ 0 & -2 & 2 \end{pmatrix} \quad , \quad M/D=\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & -2 & 0 \\ -1 & 2 & 1 & 1 \\ 0 & -2 & 2 & 2 \end{array}\right)$$

Estudiamos el rango de M . Si es 3, tendremos sistema compatible determinado con solución única. Y podremos resolver, por ejemplo, por la regla de Cramer.

$|M|=4+0-4-(0-2-2)=4\neq 0$ $\rightarrow$ Rango 3

Podemos obtener la solución única por Cramer para las incógnitas a, b y c .

$$a=\frac{\begin{vmatrix} 0 & 1 & -2 \\ 1 & 2 & 1 \\ 2 & -2 & 2 \end{vmatrix}}{4}=\frac{0+2+4-(-8+0+2)}{4}=\frac{12}{4}=3$$

$$b=\frac{\begin{vmatrix} 1 & 0 & -2 \\ -1 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 2 \end{vmatrix}}{4}=\frac{2+0+4-(0+0+2)}{4}=\frac{4}{4}=1$$

$$c=\frac{\begin{vmatrix} 1 & 1 & 0 \\ -1 & 2 & 1 \\ 0 & -2 & 2 \end{vmatrix}}{4}=\frac{4+0+0-(0-2-2)}{4}=\frac{8}{4}=2$$

Modelo 05. Opción A. Ejercicio 4

Sea el punto $P(-1,0,2)$ **y las rectas** $r:\begin{cases} x-z=1 \\ y-z=-1 \end{cases}$ **,** $s:\begin{cases} x=1+\lambda \\ y=\lambda \\ z=3 \end{cases}$ **.**

a) Determina la posición relativa de ambas rectas.

b) Determina la ecuación de la recta que pasa por P **y corta a ambas rectas.**

c) Determina la ecuación de la recta perpendicular común a ambas rectas.

a) Voy a estudiar la posición relativa de ambas rectas trabajando con un vector director de cada recta y con un vector con origen un punto $A\in r$ y final un punto $B\in s$.

Para ello pasamos la recta r a paramétricas.

$$r \;\rightarrow\; z=\alpha \;\rightarrow\; x=1+\alpha \;,\; y=-1+\alpha \;\rightarrow\; r:\begin{cases} x=1+\alpha \\ y=-1+\alpha \\ z=\alpha \end{cases}$$

Es decir:

$\vec{u}_r=(1,1,1)$

$\vec{u}_s=(1,1,0)$

$A\in r \;\rightarrow\; A(1,-1,0)$ **,** $B\in s \;\rightarrow\; B(1,0,3) \;\rightarrow\; \vec{AB}=(0,1,3)$

Estudiamos el rango de la matriz formada por estos tres vectores.

$rango(\vec{u}_r, \vec{y}_s, \vec{AB}) \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 3 \end{pmatrix} \;\rightarrow\; |\vec{u}, \vec{v}, \vec{AB}|=3+1+0-(0+0+3)=1\neq 0$ → Rango 3, ya que tenemos tres vectores linealmente independientes → Las rectas son cruzadas.

b) Ahora tenemos un punto $P(-1,0,2)$ y una recta t , de tal forma que $P\in t$. Además la recta t corta tanto a la recta r como a la recta s .

Una forma de resolver el problema es la siguiente.

La recta t pasa por P y cortará a la recta r en un punto que llamaremos Q .

Además, la recta t pasa por P y cortará a la recta s en un punto que llamaremos M .

Los vectores $\vec{PQ}$ y $\vec{PM}$ estarán alineados, por pertenecer a la misma recta t . Ambos vectores deben ser proporcionales, es decir, linealmente dependientes entre si.

$$P(-1,0,2) \quad , \quad Q(1+\alpha,-1+\alpha,\alpha) \quad \rightarrow \quad \vec{PQ}=(2+\alpha,-1+\alpha,-2+\alpha)$$
$$P(-1,0,2) \quad , \quad M(1+\lambda,\lambda,3) \quad \rightarrow \quad \vec{PM}=(2+\lambda,\lambda,1)$$

Si ambos vectores son proporcionales, deben cumplirse las siguientes igualdades.

$$\frac{2+\alpha}{2+\lambda}=\frac{-1+\alpha}{\lambda}=\frac{-2+\alpha}{1}$$

Igualando los cocientes primero y segundo.

$$\frac{2+\alpha}{2+\lambda}=\frac{-1+\alpha}{\lambda} \quad \rightarrow \quad (2+\alpha)\lambda=(-1+\alpha)(2+\lambda) \quad \rightarrow \quad \lambda=\frac{-2+2\alpha}{3}$$

Igualando los cocientes primero y tercero.

$$\frac{2+\alpha}{2+\lambda}=\frac{-2+\alpha}{1} \quad \rightarrow \quad 2+\alpha=(-2+\alpha)(2+\lambda) \quad \rightarrow \quad \lambda=\frac{6-\alpha}{-2+\alpha}$$

Igualando los cocientes segundo y tercero.

$$\frac{-1+\alpha}{\lambda}=\frac{-2+\alpha}{1} \quad \rightarrow \quad \lambda=\frac{-1+\alpha}{-2+\alpha}$$

Llegamos a tres expresiones para λ . Si igualamos la dos últimas expresiones obtenidas:

$$\frac{6-\alpha}{-2+\alpha}=\frac{-1+\alpha}{-2+\alpha} \quad \rightarrow \quad 7=2\alpha \quad \rightarrow \quad \alpha=\frac{7}{2}$$

Y con este valor podemos obtener λ de cualquiera de las tres expresiones anteriores. Por ejemplo → $\lambda=\frac{-1+\alpha}{-2+\alpha}$, $\alpha=\frac{7}{2}$ → $\lambda=\frac{5}{3}$.

Ya tenemos dos vectores directores de la recta t . Podemos escoger el que queramos, pues son proporcionales.

$\vec{PQ}=(2+\frac{7}{2},-1+\frac{7}{2},-2+\frac{7}{2})=(\frac{11}{2},\frac{5}{2},\frac{3}{2})$ → Podemos transformar en $\vec{u}_t=(11,5,3)$

$\vec{PM}=(2+\frac{5}{3},\frac{5}{3},1)=(\frac{11}{3},\frac{5}{3},1)$ → Podemos transformar en $\vec{u}_t=(11,5,3)$

Y con vector director y un punto, tenemos la recta t .

$$t:\left\{\begin{array}{c} x=-1+11\beta \\ y=5\beta \\ z=2+3\beta \end{array}\right\}$$

c) En el último apartado debemos obtener la recta perpendicular común a las rectas r y s .

La forma de razonar es muy semejante al apartado anterior, pero incluyendo el concepto de producto escalar.

La recta perpendicular que buscamos la vamos a llamar w .

La recta w cortará perpendicularmente a la recta r en un punto que llamaremos Q .

La recta w cortará perpendicularmente a la recta s en un punto que llamaremos M .

El vector $\vec{QM}$ será un vector perpendicular a ambas rectas, por ser un vector director de la recta w . Y el producto escalar de $\vec{QM}$ con cada uno de los vectores directores de las rectas r y s será cero, por ser vectores perpendiculares. Y de aquí obtendremos las condiciones necesarias para determinar a a recta solución w .

En el apartado anterior obtuvimos los siguientes puntos geneéricos pertenecientes a cada recta.

$$Q(1+\alpha,-1+\alpha,\alpha)\in r \quad , \quad M(1+\lambda,\lambda,3)\in s \quad \rightarrow \quad \vec{QM}=(\lambda-\alpha,1+\lambda-\alpha,3-\alpha)$$

Hacemos los productos escalares.

$$\vec{QM}\cdot\vec{u}_r=0 \quad \rightarrow \quad (\lambda-\alpha,1+\lambda-\alpha,3-\alpha)\cdot(1,1,1)=\lambda-\alpha+1+\lambda-\alpha+3-\alpha=2\lambda-3\alpha+4=0$$

$$\vec{QM}\cdot\vec{u}_s=0 \quad \rightarrow \quad (\lambda-\alpha,1+\lambda-\alpha,3-\alpha)\cdot(1,1,0)=\lambda-\alpha+1+\lambda-\alpha=2\lambda-2\alpha+1=0$$

Obtenemos un sistema de dos ecuaciones y dos incógnitas.

$$\begin{Bmatrix}2\lambda-3\alpha=-4\\2\lambda-2\alpha=-1\end{Bmatrix} \rightarrow \text{Restamos ambas ecuaciones} \rightarrow \quad -\alpha=-3 \quad \rightarrow \quad \alpha=3$$

En consecuencia → $\lambda=\frac{5}{2}$

Con estos valores obtenemos los puntos $Q(1+\alpha,-1+\alpha,\alpha)\in r$ y $M(1+\lambda,\lambda,3)\in s$, y el vector que forman (que será vector director de la recta solución w).

$$Q(4,2,3) \quad , \quad M(\frac{7}{2},\frac{5}{2},3) \quad \rightarrow \quad \vec{QM}=(\frac{-1}{2},\frac{1}{2},0) \quad \rightarrow \text{Transformamos en } \vec{u}_w=(-1,1,0)$$

Y la recta solución, en paramétricas, será:

$$w:\begin{Bmatrix}x=4-\beta\\y=2+\beta\\z=3\end{Bmatrix}$$

Modelo 05. Opción B. Ejercicio 1

Sea $f(x)=sen(x)$.

a) Obtener la ecuación de la recta tangente a la función en el punto de abscisa $x=\frac{\pi}{6}$.

b) Obtener la ecuación de la recta normal a la gráfica de la función en el punto de abscisa $x=\frac{\pi}{3}$.

c) El ángulo formado por las rectas de los apartados anteriores.

a) $f(x)=sen(x) \rightarrow f(\frac{\pi}{6})=sen(\frac{\pi}{6})=\frac{1}{2}$ → Punto $(\frac{\pi}{6},\frac{1}{2})$

$f'(x)=\cos(x) \rightarrow f'(\frac{\pi}{6})=\cos(\frac{\pi}{6})=\frac{\sqrt{3}}{2}$ → Pendiente recta tangente $m=\frac{\sqrt{3}}{2}$

Ecuación punto-pendiente de la recta tangente a la función en $x=\frac{\pi}{6}$.

$$\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{y-\frac{1}{2}}{x-\frac{\pi}{6}}$$

b) $f(x)=sen(x) \rightarrow f(\frac{\pi}{3})=sen(\frac{\pi}{3})=\frac{\sqrt{3}}{2}$ → Punto $(\frac{\pi}{3},\frac{\sqrt{3}}{2})$

$f'(x)=\cos(x) \rightarrow f'(\frac{\pi}{3})=\cos(\frac{\pi}{3})=\frac{1}{2}$ → Pendiente recta tangente $m=\frac{1}{2}$

El producto de las pendientes de dos rectas perpendiculares es igual a -1 . Por lo tanto $m_{normal}=-2$.

Ecuación punto-pendiente de la recta normal a la función en $x=\frac{\pi}{3}$.

$$-2=\frac{y-\frac{\sqrt{3}}{2}}{x-\frac{\pi}{3}}$$

c) La recta tangente del apartado *a)* cumple $m=\frac{\sqrt{3}}{2} \rightarrow tg(\alpha_1)=m \rightarrow \alpha_1 \simeq 40,89^o$

La recta normal del apartado b*)* cumple $m_{normal}=-2 \rightarrow tg(\alpha_2)=m_{normal} \rightarrow \alpha_2 \simeq 116,56^o$

Dos rectas se cortan formando cuatro ángulos, iguales dos a dos. El ángulo, por definición, es el menor de los dos. Por lo tanto:

$\beta \simeq 116,56^o - 40,89^o = 76,67^o$

Modelo 05. Opción B. Ejercicio 2

La curva $y=x^2$ y la recta $y=k$, con $k>0$, determinan una región plana.

a) Calcula el valor del área de esta región en función de parámetro k .

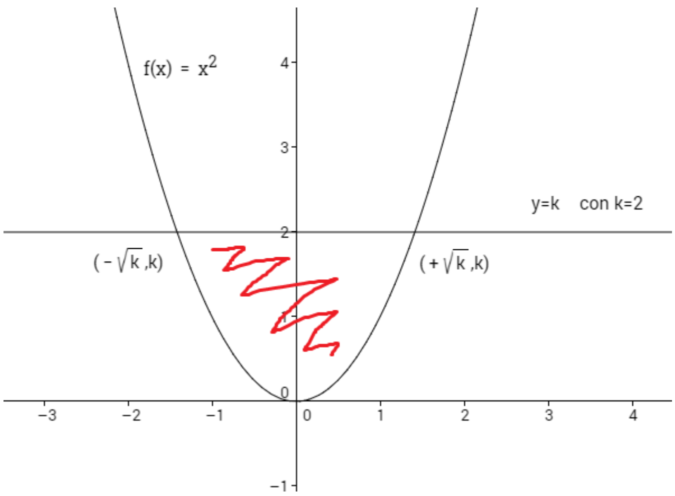
b) Encuentra el valor de k para que el área limitada sea $\sqrt{6}\ u^2$.

a) La curva $y=x^2$ es una parábola con mínimo absoluto en $(0,0)$.

La recta $y=k$ con $k>0$ es una recta horizontal, que corta a la parábola en los siguientes puntos.

$x^2=k \rightarrow x=\pm\sqrt{k}$ → Puntos de corte $(-\sqrt{k},k),(+\sqrt{k},k)$.

La siguiente gráfica muestra un ejemplo del área encerrada por la parábola y la recta horizontal (área resaltada en rojo).



Por simetría par de la parábola, el área total resulta:

$$A=2\int_0^{+\sqrt{k}}(k-x^2)dx=2\left[k\,x-\frac{x^3}{3}\right]_0^{+\sqrt{k}}=2\left[k\sqrt{k}-\frac{k\sqrt{k}}{3}-0-0\right]=2\left(\frac{2k\sqrt{k}}{3}\right)=\frac{4}{3}k\sqrt{k}\ \ u^2$$

b) Si el área total es igual a $\sqrt{6}\ u^2$, igualamos.

$$\frac{4}{3}k\sqrt{k}=\sqrt{6} \rightarrow \sqrt{k^3}=\frac{3\sqrt{6}}{4} \rightarrow k^3=\frac{9\cdot 6}{16}=\frac{54}{16}=\frac{27}{8} \rightarrow k=\frac{\sqrt[3]{27}}{8}=\sqrt[3]{\frac{3^3}{2^3}}=\frac{3}{2}$$

Modelo 05. Opción B. Ejercicio 3

Dadas la matrices $A=\begin{pmatrix}-2 & 0 & 0\\ 1 & 1 & 0\\ 4 & 2 & -2\end{pmatrix}$ **y** $B=\begin{pmatrix}2 & 1 & 2\\ 0 & -1 & 5\\ 0 & 0 & 2\end{pmatrix}$ **, obtener razonadamente el valor de los siguientes determinantes, escribiendo todos los pasos del razonamiento.**

a) $|A+B|$ **y** $|\frac{1}{2}(A+B)^{-1}|$

b) $|(A+B)^{-1}\cdot A|$ **y** $|A^{-1}(A+B)|$

c) $|2\,A\,B\,A^{-1}|$ **y** $|A^{3}\,B^{-1}|$

a) $A+B=\begin{pmatrix}-2 & 0 & 0\\ 1 & 1 & 0\\ 4 & 2 & -2\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}2 & 1 & 2\\ 0 & -1 & 5\\ 0 & 0 & 2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0 & 1 & 2\\ 1 & 0 & 5\\ 4 & 2 & 0\end{pmatrix} \rightarrow |A+B|=0+20+4-(0+0+0)=24$

Calculamos el segundo determinante de este apartado.

$|\frac{1}{2}(A+B)^{-1}|$ → La matriz $(A+B)^{-1}$ es de orden 3 → $|\frac{1}{2}(A+B)^{-1}|=(\frac{1}{2})^{3}|(A+B)^{-1}|$

$(\frac{1}{2})^{3}|(A+B)^{-1}|=\frac{1}{8}\frac{1}{|A+B|}=\frac{1}{8}\cdot\frac{1}{24}=\frac{1}{192}$

b) $|(A+B)^{-1}\cdot A|=|(A+B)^{-1}|\cdot|A|$

Donde hemos utilizado que el determinante de un producto de matrices es el producto de los determinantes de cada matriz.

$|(A+B)^{-1}|=\frac{1}{|(A+B)|}=\frac{1}{24}$, $|A^{-1}|=\frac{1}{|A|}$, $A=\begin{pmatrix}-2 & 0 & 0\\ 1 & 1 & 0\\ 4 & 2 & -2\end{pmatrix} \rightarrow |A|=4+0+0-(0+0+0)=4$

$|(A+B)^{-1}|\cdot|A|=\frac{1}{24}\cdot 4=\frac{1}{6}$

Calculamos el segundo determinante de este apartado.

$|A^{-1}(A+B)|=|A^{-1}||A+B|=\frac{1}{|A|}|A+B|=\frac{1}{4}\cdot 24=6$

c) $|2\,A\,B\,A^{-1}|$ → Producto de matrices de orden 3 → $|2\,A\,B\,A^{-1}|=2^3|A||B||A^{-1}|$

$$B=\begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 0 & -1 & 5 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix} \rightarrow |B|=-4+0+0-(0+0+0)=-4$$

Sustituimos el valor de cada determinante.

$$2^3|A||B||A^{-1}|=8\cdot 4\cdot(-4)\cdot\frac{1}{4}=-32$$

Y terminamos con el segundo determinante de este apartado.

$$|A^3\,B^{-1}|=|A|\cdot|A|\cdot|A|\cdot|B^{-1}|=4^3\cdot\frac{1}{|B|}=\frac{64}{-4}=-16$$

Modelo 05. Opción B. Ejercicio 4

Sean los puntos $A(1,2,-1)$, $P(0,0,5)$, $Q(1,0,4)$ y $R(0,1,6)$.

a) Hallar la ecuación de la recta que pasa por el punto A , es paralela al plano que pasa por los puntos P, Q y R y tal que la primera componente de su vector director es doble de la segunda.

b) Hallar la distancia del punto A al plano que pasa por P, Q y R .

a) Si los puntos P, Q y R pertenecen a un plano, los siguientes vectores pertenecerán a dicho plano.

$\vec{PQ}=(1,0,-1)$, $\vec{PR}=(0,1,1)$

Por la determinación lineal del plano, su ecuación general será:

$$\Pi(\vec{PQ},\vec{PR},P):\begin{vmatrix} 1 & 0 & x \\ 0 & 1 & y \\ -1 & 1 & z-5 \end{vmatrix}=0 \;\rightarrow\; z-5+0+0-(-x+y+0)=0 \;\rightarrow\; \Pi: x-y+z-5=0$$

Este plano es paralelo a la recta r que estamos buscando, que además pasa por el punto $A(1,2,-1)$.

El vector director de esta recta solución será $\vec{u_r}=(x,y,z)$, y el enunciado nos dice que la primera componente de este vector director es doble de la segunda. Es decir:

$\vec{u_r}=(2y,y,z)$

Un vector perpendicular al plano Π también será perpendicular al vector director $\vec{u_r}$. Es decir, el vector normal del plano $\vec{u_\Pi}=(1,-1,1)$ será perpendicular a $\vec{u_r}$ y el producto escalar de ambos será nulo.

$\vec{u_r}\cdot\vec{u_\Pi}=(1,-1,1)\cdot(2y,y,z)=0 \;\rightarrow\; 2y-y+z=0 \;\rightarrow\; y+z=0 \;\rightarrow\; z=-y$.

Por lo tanto, el vector director de la recta solución resulta:

$\vec{u_r}=(2y,y,-y)$ → Cualquier valor de y no nulo nos ofrece un vector director de la recta (de los infinitos vectores directores que existen). Por ejemplo $y=1$ → $\vec{u_r}=(2,1,-1)$.

Y con un vector y un punto tenemos la ecuación en paramétricas de la recta solución:

$$r:\left\{\begin{array}{c} x=1+2\beta \\ y=2+\beta \\ z=-1-\beta \end{array}\right\}$$

b) Para obtener la distancia de un punto $P(x_{0,} y_0, z_0)$ a un plano $\Pi: A x+B y+C z+D=0$ hacemos uso de la siguiente expresión.

$$d(P,\Pi)=\frac{|A x_0+B y_0+C z_0+D|}{\sqrt{A^2+B^2+C^2}}$$

Aplicado al punto $A(1,2,-1)$ y al plano de ecuación general $\Pi: x-y+z-5=0$, resulta:

$$d(P,\Pi)=\frac{|1-2+-1-5|}{\sqrt{1+1+1}}=\frac{7\sqrt{3}}{3} \quad u$$