# Preparando Selectividad

# Solución Selectividad - Modelo 11

## Modelo 11. Opción A. Ejercicio 1

**Sabiendo que** $\lim_{x \to 0} \frac{\ln(x+1) - a\,sen(x) + x\cos(3x)}{x^2}$ **es finito, calcula** $a$ **y el valor del límite.**

Evaluamos en el límite y obtenemos indeterminación $\frac{0}{0}$ . Podemos aplicar la regla de L'Hôpital, válida para indeterminaciones $\frac{0}{0}$ ó $\frac{\infty}{\infty}$ , ya que se cumplen las siguientes condiciones:

Sean $f(x)$ y $g(x)$ dos funciones continuas en un entorno cerrado arbitrario alrededor de $x_0$ , es decir $[x_0-\delta, x_0+\delta]$ con $\delta>0$ . Sean además las dos funciones derivables en $\{(x_0-\delta, x_0+\delta)-\{x_0\}\}$ , tales que $\lim_{x \to x_0} f(x) = \lim_{x \to x_0} g(x) = 0$ ó $\lim_{x \to x_0} f(x) = \lim_{x \to x_0} g(x) = \infty$ .

Sea $g'(x) \neq 0, \ \forall x \in \{(a,b)-\{x_0\}\}$ .

Entonces, si existe $\lim_{x \to x_0} \frac{f'(x)}{g'(x)}$ también existe $\lim_{x \to x_0} \frac{f(x)}{g(x)}$ y los límites son iguales. Es decir:

$$\lim_{x \to x_0} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \to x_0} \frac{f'(x)}{g'(x)}$$

El resultado final del límite puede ser un valor $L \in \mathbb{R}$ o infinito. Y el valor $x_0$ puede ser un valor finito o infinito.

Por lo tanto, derivamos numerador y denominador.

$$\lim_{x \to 0} \frac{\frac{1}{x+1} - a\cos(x) + \cos(3x) - 3x\,sen(3x)}{2x} = \frac{1-a+1-0}{0} = \frac{2-a}{0}$$

Si el numerador es no nulo, el límite se disparará a infinito. Para conseguir que sea finito, debemos buscar una nueva indeterminación $\frac{0}{0}$ . Por lo tanto → $2-a=0 \ \rightarrow \ a=2$

$$\lim_{x\to 0} \frac{\frac{1}{x+1}-2\cos(x)+\cos(3x)-3x\,sen(3x)}{2x}=\frac{0}{0}$$

Aplicamos nuevamente L'Hôpital, derivando numerador y denominador.

$$\lim_{x\to 0} \frac{\frac{-1}{(x+1)^2}+2\,sen(x)-3\,sen(3x)-3\,sen(3x)-9x\cos(3x)}{2}=\frac{-1+0-0-0-0}{2}=\frac{-1}{2}$$

El límite resulta , finalmente, $L=\frac{-1}{2}$ cuando $a=2$

# Modelo 11. Opción A. Ejercicio 2

**Halla la ecuación de la recta tangente a la gráfica de una función $f(x)$ en el punto de abscisa $x=1$ sabiendo que $f(0)=0$ y $f'(x)=\frac{(x-1)^2}{x+1}$ para $x>-1$ .**

La ecuación punto-pendiente de una recta de pendiente $m$ que pasa por el punto $(x_0, y_0)$ es:

$$m=\frac{y-y_0}{x-x_0}$$

Como la recta buscada es tangente a la función en $x=1$ , la pendiente de la recta será igual a la derivada de la función evaluada en $x=1 \rightarrow f'(1)=\frac{(1-1)^2}{1+1}=0 \rightarrow m=0$ .

Si $x_0=1$ entonces $y_0=f(1)$ , ya que la función y la recta tangente coinciden en el punto $(1, f(1))$ .

Para obtener el valor de la imagen $f(1)$ debemos integrar la función derivada $f'(x)=\frac{(x-1)^2}{x+1}$ , para conseguir la función primitiva $f(x)$ . La constante de integración inherente al proceso de integración podemos determinarla gracias a la condición del enunciado $f(0)=0$ .

$$f(x)=\int \frac{(x-1)^2}{x+1}dx=\int \frac{x^2-2x+1}{x+1}dx$$

Tenemos un cociente de polinomios. Al ser el grado del numerador mayor que el grado del denominador, realizamos la división.

$$\frac{Dividendo}{divisor}=Cociente+\frac{Resto}{divisor} \rightarrow \frac{x^2-2x+1}{x+1}=x-3+\frac{4}{x+1}$$

$$f(x)=\int (x-3)dx+\int \frac{4}{x+1}dx=\frac{x^2}{2}-3x+4\ln|x+1|+C$$

La constante de integración queda definida de manera única con la condición $f(0)=0 \rightarrow C=0$

$$f(x)=\frac{x^2}{2}-3x+4\ln|x+1|$$

Una vez obtenida la función primitiva, podemos calcular $f(1)$

$$f(1)=\frac{1}{2}-3+4\ln|2|=\frac{-5}{2}+4\ln(2)\simeq 0{,}27$$

La recta tangente a la función en $x=1$ resulta una recta horizontal (pendiente nula).

$$m=\frac{y-y_0}{x-x_0} \rightarrow 0=\frac{y-f(1)}{x-1} \rightarrow y=f(1) \rightarrow y\simeq 0{,}27$$

# Modelo 11. Opción A. Ejercicio 3

**Sean las matrices** $A=\begin{pmatrix}-1 & 1 & 1\\ 0 & 1 & 0\\ -2 & 1 & 1\end{pmatrix}$ **y** $B=\begin{pmatrix}-3 & 3 & 2\\ -8 & 7 & 4\\ 8 & -6 & -3\end{pmatrix}$

**a) Halla la matriz** $X$ **que verifica** $AX+B=2A$ **.**

**b) Calcular** $B^2$ **y** $B^{2016}$ **.**

a) $AX+B=2A \rightarrow AX=2A-B \rightarrow A^{-1}AX=A^{-1}(2A-B) \rightarrow X=A^{-1}(2A-B)$

Donde hemos aplicado matriz inversa de $A$ a la izquierda de cada miembro de la igualdad, y recordado que una matriz multiplicada por su inversa es igual a la matriz identidad.

La matriz $A$ admite inversa siempre que su determinante sea distinto de cero. En efecto:

$$|A|=-1+0+0-(-2+0+0)=1\neq 0 \rightarrow \exists A^{-1}$$

Vamos a obtener la matriz inversa por el método de Gauss-Jordan.

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc}-1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0\\ -2 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1\end{array}\right) \rightarrow F'_3=F_3-2F_1 \rightarrow \left(\begin{array}{ccc|ccc}-1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0\\ 0 & -1 & -1 & -2 & 0 & 1\end{array}\right) \rightarrow F'_3=F_3+F_2$$

$$\rightarrow \left(\begin{array}{ccc|ccc}-1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & -1 & -2 & 1 & 1\end{array}\right) \rightarrow F'_1=F_1+F_3 \rightarrow \left(\begin{array}{ccc|ccc}-1 & 1 & 0 & -1 & 1 & 1\\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & -1 & -2 & 1 & 1\end{array}\right) \rightarrow$$

$$\rightarrow F'_1=F_1-F_2 \rightarrow \left(\begin{array}{ccc|ccc}-1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 1\\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & -1 & -2 & 1 & 1\end{array}\right) \rightarrow F'_1=-F_1 \ , \ F'_3=-F_3 \rightarrow$$

$$\rightarrow \left(\begin{array}{ccc|ccc}1 & 0 & 0 & 1 & 0 & -1\\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 1 & 2 & -1 & -1\end{array}\right) \rightarrow A^{-1}=\begin{pmatrix}1 & 0 & -1\\ 0 & 1 & 0\\ 2 & -1 & -1\end{pmatrix}$$

En efecto, se comprueba que $AA^{-1}=A^{-1}A=I$ , siendo $I$ la matriz identidad de orden tres.

$$2A-B=\begin{pmatrix}-2&2&2\\0&2&0\\-4&2&2\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}-3&3&2\\-8&7&4\\8&-6&-3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1&-1&0\\8&-5&-4\\-12&8&5\end{pmatrix}$$

Y la matriz incógnita resulta:

$$X=A^{-1}(2A-B)=\begin{pmatrix}1&0&-1\\0&1&0\\2&-1&-1\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1&-1&0\\8&-5&-4\\-12&8&5\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}13&-9&-5\\8&-5&-4\\6&-5&-1\end{pmatrix}$$

b) $B^2=\begin{pmatrix}-3&3&2\\-8&7&4\\8&-6&-3\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}-3&3&2\\-8&7&4\\8&-6&-3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&0&1\end{pmatrix}\ \rightarrow\ B^2=I$

$$B^3=B^2\cdot B=I\cdot B=B$$

Donde recordamos que el producto de una matriz cuadrada por la matriz identidad, resulta la misma matriz.

$$B^4=B^3\cdot B=B\cdot B=B^2=I$$
$$B^3=B^2\cdot B=I\cdot B=B$$
$$B^4=B^3\cdot B=B\cdot B=B^2=I$$

En general:

Si $n=impar\ \rightarrow\ B^n=B$
Si $n=par\ \rightarrow\ B^n=I$

Como $2016$ es par $\rightarrow$ $B^{2016}=I$

# Modelo 11. Opción A. Ejercicio 4

**Sea el punto** $P(1,0,5)$ **y la recta** $r:\begin{Bmatrix} y+2z=0 \\ x=1 \end{Bmatrix}$ **.**

**a) Determinar la ecuación del plano que pasa por** $P$ **y es perpendicular a** $r$ **.**

**b) Calcula la distancia de** $P$ **a la recta** $r$ **y el punto simétrico de** $P$ **respecto a** $r$ **.**

a) Si el plano es perpendicular a la recta, el vector director de la recta será perpendicular al plano. Y con un vector normal al plano y un punto del plano, podemos obtener directamente la ecuación general del plano.

$r:\begin{Bmatrix} y+2z=0 \\ x=1 \end{Bmatrix}$ → pasamos a paramétricas → $r:\begin{Bmatrix} x=1 \\ y=-2\lambda \\ z=\lambda \end{Bmatrix} \rightarrow \vec{u}_r=(0,-2,1)$

$\Pi: Ax+By+Cz+D=0 \rightarrow \Pi:-2y+z+D=0$

Si $P(1,0,5)\in\Pi \rightarrow 0+5+D=0 \rightarrow D=-5 \rightarrow \Pi:-2y+z-5=0$

b) Sea $P(1,0,5)$ y sea $Q(1,-2\lambda,\lambda)$ un punto genérico de la recta $r$ , cuyas coordenadas tomamos de la ecuación de la recta en paramétricas.

La distancia del punto $P$ a la recta $r$ será el módulo del vector $\vec{PQ}$ siempre que este vector sea perpendicular al vector director de la recta. Y dos vectores perpendiculares cumplen que su producto escarlar es nulo.

$$\vec{PQ}=(0,-2\lambda,\lambda-5) \rightarrow \vec{PQ}\cdot\vec{u}_r=0 \rightarrow 0+4\lambda+\lambda-5=0 \rightarrow \lambda=1 \rightarrow \vec{PQ}=(0,-2,-4)$$

$$d(P,r)=|\vec{PQ}|=\sqrt{0+(-2)^2+(-4)^2}=\sqrt{20}\ u$$

Para $\lambda=1$ se cumple que el punto $Q(1,-2,1)\in r$ es el punto medio del segmento $\overline{PP'}$ , siendo $P'(x,y,z)$ el punto simétrico de $P(1,0,5)$ respecto la recta $r$ . Por lo tanto:

$(1,-2,1)=(\frac{x+1}{2},\frac{y}{2},\frac{z+5}{2})$ → Igualo componentes → $x=1, y=-4, z=-3 \rightarrow P'(1,-4,-3)$

# Modelo 11. Opción B. Ejercicio 1

**Sea $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ la función definida por $f(x)=\dfrac{x}{x^2+1}$ .**

**a) Determina las asíntotas de la gráfica de la función. Calcula los puntos de corte de dichas asíntotas con la gráfica.**

**b) Halla los intervalos de crecimiento y decrecimiento y los extremos relativos de la función (abscisas donde se obtienen y valores que se alcanzan).**

**c) Esboza la gráfica de la función.**

a) El denominador nunca se anula, por lo que el dominio de la función son todos los reales por ser cociente de polinomios. En consecuencia, no tendremos asíntotas verticales.

$\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x}{x^2+1}=0$ → Ya que el grado del denominador es mayor que el grado del numerador

$y=0$ → Es una asíntota horizontal de la función

Al existir asíntota horizontal, tenemos garantía de que no existen asíntotas oblicuas.

La única asíntota que tenemos $y=0$ corta a la gráfica de la función en → $\dfrac{x}{x^2+1}=0 \rightarrow (0,0)$

b) Para estudiar la monotonía y los extremos, realizamos la derivada.

$$f'(x)=\frac{x^2+1-x\cdot 2x}{x^2+1}=\frac{1-x^2}{x^2+1}$$

La condición necesaria de extremo relativo es $f'(x)=0 \rightarrow 1-x^2=0 \rightarrow x=\pm 1$

Para determinar el crecimiento, decrecimiento y la existencia de extremos, evaluamos el signo de la primera derivada en los siguientes intervalos.

$(-\infty,-1) \rightarrow f'(-10)<0 \rightarrow f(x)$ decreciente

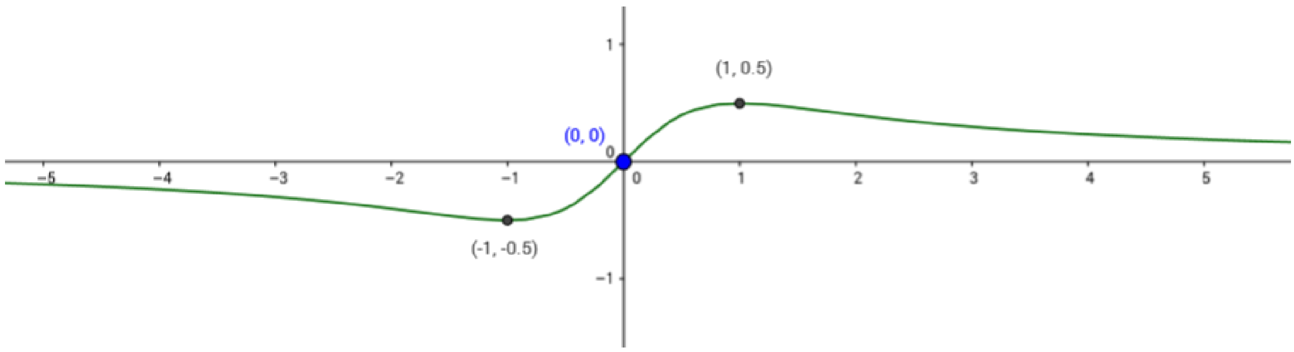
$(-1,1) \rightarrow f'(0)>0 \rightarrow f(x)$ creciente

$(1,\infty) \rightarrow f'(10)<0 \rightarrow f(x)$ decreciente

En $x=-1$ tenemos un mínimo relativo de imagen $f(-1)=\frac{-1}{2} \rightarrow (-1,-\frac{1}{2})$

En $x=1$ tenemos un máximo relativo de imagen $f(1)=\frac{1}{2} \rightarrow (1,\frac{1}{2})$

c) Sabemos que la función, en el infinito, tiende a la asíntotota horizontal $y=0$ . Sabemos que pasa por el origen de coordenadas, hemos estudiado sus intervalos de crecimiento, sus extremos y presenta simetría impar ya que $f(x)=-f(-x)$ (simetría respecto al origen de coordenadas).



# Modelo 11. Opción B. Ejercicio 2

**Sea** $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$ **la función dada por** $f(x)=\ln(x)$ **.**

**a) Calcula la ecuación de la recta tangente a la gráfica de la función en el punto de abscisa** $x=1$ **.**

**b) Esboza el recinto comprendido entre la gráfica de la función, la recta** $y=x-1$ **y la recta** $x=3$ **. Calcula su área.**

a) La recta tangente a la función en $x=1$ tendrá pendiente igual a la derivada evaluada en dicho punto.

$$f'(x)=\frac{1}{x} \rightarrow f'(1)=1$$

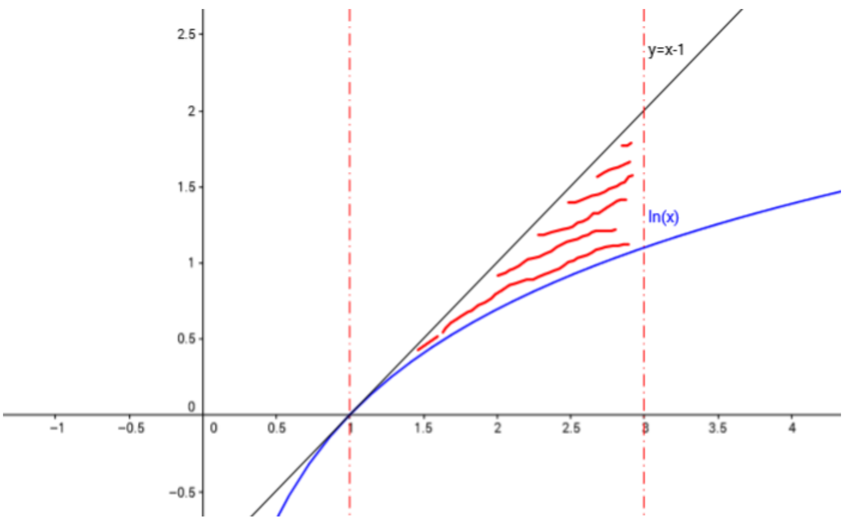
La imagen de $x=1 \rightarrow f(1)=\ln(1)=0 \rightarrow (1,0)$

Ecuación punto-pendiente de la recta → $m=\frac{y-y_0}{x-x_0} \rightarrow 1=\frac{y-0}{x-1} \rightarrow y=x-1$

b) Nos piden obtener el recinto generado por la recta tangente calculada en el apartado anterior $y=x-1$, la función $f(x)=\ln(x)$ y la recta vertical $x=3$ .

Si en $x=1$ la recta es tangente a la función, ya tendremos un punto de intersección entre ambas curvas.

Sabemos que la gráfica del logaritmo es estrictamente creciente y cóncava hacia abajo en su dominio de difinición, por lo que si $y=x-1$ es tangente a la función en $x=1$ , siempre permanece por encima de $f(x)=\ln(x)$ . De esta forma el ára encerrada será:



El área encerrada coincide con la siguiente integral definida:

$$A=\int_1^3 (x-1-\ln(x))\,dx$$

Primero resuelvo la integral indefinida.

$$I=\int (x-1-\ln(x))\,dx=\frac{x^2}{2}-x-\int \ln(x)\,dx$$

Aplicamos partes para resolver la integral del logaritmo.

$$u=\ln(x) \quad \rightarrow \quad u'=\frac{1}{x}$$
$$v'=1 \quad \rightarrow \quad v=x$$
$$\int \ln(x)\,dx=x\ln(x)-\int dx=x\ln(x)-x \quad \rightarrow \quad I=\frac{x^2}{2}-x-x\ln(x)+x+C=\frac{x^2}{2}-x\ln(x)+C$$

Para resolver la integral definida aplicamos la regla de Barrow → $\int_a^b f(x)\,dx=F(b)-F(a)$ → donde $F(x)$ es una primitiva de $f(x)$ .

$$A=\int_1^3 (x-1-\ln(x))\,dx=\left[\frac{x^2}{2}-x\ln(x)\right]_1^3=\frac{9}{2}-3\ln(3)-\frac{1}{2}+\ln(1)=4-3\ln(3)\simeq 0{,}704 \quad u^2$$

# Modelo 11. Opción B. Ejercicio 3

**Sea el sistema de ecuaciones lineales** $\begin{Bmatrix} (3\alpha-1)x+2y=5-\alpha \\ \alpha x+y=2 \\ 3\alpha x+3y=\alpha+5 \end{Bmatrix}$

**a) Discútelo según los valores del parámetro $\alpha$ .**

**b) Resuélvelo para $\alpha=1$ y determina en dicho caso, si existe, alguna solución donde $x=4$ .**

a) La matriz se coeficientes y la matriz ampliada del sistema resultan:

$$A=\begin{pmatrix} 3\alpha-1 & 2 \\ \alpha & 1 \\ 3\alpha & 3 \end{pmatrix} \quad , \quad A/C=\left(\begin{array}{cc|c} 3\alpha-1 & 2 & 5-\alpha \\ \alpha & 1 & 2 \\ 3\alpha & 3 & \alpha+5 \end{array}\right)$$

Estudiamos el rango de $A$ . Al ser una matriz rectangular de tres filas y dos columnas, el valor máximo de su rango podrá ser dos. Los tres menores de orden dos de la matriz de coeficientes resultan:

$$\begin{vmatrix} 3\alpha-1 & 2 \\ \alpha & 1 \end{vmatrix}=3\alpha-1-2\alpha=\alpha-1$$

$$\begin{vmatrix} 3\alpha-1 & 2 \\ 3\alpha & 3 \end{vmatrix}=9\alpha-3-6\alpha=3\alpha-3=3(\alpha-1)$$

$$\begin{vmatrix} \alpha & 1 \\ 3\alpha & 3 \end{vmatrix}=3\alpha-3\alpha=0$$

Discusión de casos:

- Si $\alpha\neq1$ → existe en $A$ al menos un menor de orden dos no nulo → $rango(A)=2$ → Estudiamos el rango de la matriz ampliada $A/C$ , que como máximo será tres.

  Antes de hacer el determinante de $A/C$ , aplicamos transformaciones lineales para simplificar las operaciones.

$$A/C=\left(\begin{array}{cc|c} 3\alpha-1 & 2 & 5-\alpha \\ \alpha & 1 & 2 \\ 3\alpha & 3 & \alpha+5 \end{array}\right) \rightarrow F'_3=F_3-3F_2 \rightarrow A/C=\left(\begin{array}{cc|c} 3\alpha-1 & 2 & 5-\alpha \\ \alpha & 1 & 2 \\ 0 & 0 & \alpha-1 \end{array}\right)$$

$$|A/C|=(3\alpha-1)(\alpha-1)+0+0-(0+0+2\alpha(\alpha-1))=(\alpha-1)(3\alpha-1-2\alpha)=(\alpha-1)^2$$

Como $\alpha\neq 1$ → $|A/C|\neq 0$ → $rango(A/C)=3\neq 2=rango(A)$ → Por el Teorema de Rouché-Frobenius no existe solución al no coincidir los rangos → Sistema Incompatible.

- Si $\alpha=1$ → $rango(A)=1$ al anularse todos los menores de orden dos de $A$ y existir al menos un menor de ordeno uno no nulo. La matriz ampliada queda:

$$A/C=\left(\begin{array}{cc|c} 2 & 2 & 4 \\ 1 & 1 & 2 \\ 3 & 3 & 6 \end{array}\right)$$

Las filas de esta matriz amplida cumplen las siguientes relaciones: $F_1=2F_1$ y $F_3=F_1+F_2$ → Por lo tanto solo existe una fila (vector) linealmente independiente → El rango de la matriz ampliada es igual a $1$ → $rango(A/C)=1=rango(A)<2=número\,incógnitas$ → Por el Teorema de Rouché Frobenius estamos ante un Sistema Compatible Indeterminado con un grado de libertad.

b) Para $\alpha=1$ tenemos un Sistema Compatible Indeterminado con un grado de libertad. Nuestras tres ecuaciones con dos incógnitas pueden quedar reducidas a una única ecuación, ya que como hemos deducido en el apartado anterior las dos primeras filas son proporcionales entre sí, y la tercera fila es combinación lineal de la dos primeras.

Si nos quedamos, por ejemplo, con la segunda ecuación:

$x+y=2$ → Llamando $y=\lambda$ como paámetro libre → $x=2-\lambda$

Si $\lambda=-2$ → $x=4$ → La solución general que pide el enunciado resulta $x=4$ , $y=-2$

# Modelo 11. Opción B. Ejercicio 4

**Sean las rectas** $r:\begin{cases} x=1+2\lambda \\ y=1-\lambda \\ z=1 \end{cases}$ **y** $s:\begin{cases} x+2y=-1 \\ z=-1 \end{cases}$

**a) Comprueba que ambas rectas son coplanarias y halla la ecuación del plano que las contiene.**

**b) Sabiendo que dos de los lados de un cuadrado están en ambas rectas, calcula su área.**

Dos rectas en el espacio tridimensional son coplanarias si son paralelas,secantes o coincidentes.

Si tomamos un vector director de cada recta, y un tercer vector con origen un punto de $r$ y fin un punto de $s$, y estudiamos el rango de la matriz formada por esos tres vectores, este rango debe ser distinto de $3$ para rectas coplanarias (los tres vectores no puedne ser linealmente independientes).

$$r:\begin{cases} x=1+2\lambda \\ y=1-\lambda \\ z=1 \end{cases} \rightarrow \vec{u}_r=(2,-1,0)$$

$s:\begin{cases} x+2y=-1 \\ z=-1 \end{cases}$ → Pasamos a paramétricas → $s:\begin{cases} x=-1-2\lambda \\ y=\lambda \\ z=-1 \end{cases} \rightarrow \vec{u}_s=(-2,1,0)$

Es directo que ambos vectores directores son proporcionales → $\vec{u}_r=-\vec{u}_s$, por lo tanto necesariamente las rectas serán paralelas o coincidentes, por lo que pertenecerán al mismo plano. Son coplanarias.

Para determinar si son paralelas o coincidentes, podemos obtener el vector $\vec{AB}$ con $A\in r$ y $B\in s$. Por ejemplo, de las ecuaciones paramétricas → $A(1,1,1)$ , $B(-1,0,-1)$ → $\vec{AB}=(-2,-1,-2)$. Es directo comprobar que $\vec{AB}$ no es proporcional a $\vec{u}_r=(2,-1,0)$, ya que sus respectivas componentes no cumplen la misma regla de proporción → $\frac{2}{-2}\neq\frac{-1}{-1}\neq\frac{0}{-2}$ → $\vec{AB}$ y $\vec{u}_r$ son linealmente independientes, por lo que las rectas son paralelas.

Con dos vectores linealmente independientes del plano y un punto del plano, podemos aplicar la determinación lineal del plano para obtener su ecuación general.

$$\Pi(\vec{u}_r,\vec{AB},B) \rightarrow \begin{vmatrix} 2 & -2 & x+1 \\ -1 & -1 & y \\ 0 & -2 & z+1 \end{vmatrix}=0 \rightarrow -2(z+1)+0+2(x+1)-(0-4y+2(z+1))=0$$

$$2(x+1)+4y-4(z+1)=0$$

$\Pi: 2x+4y-4z-2=0$ → Simplificamos → $\Pi: x+2y-2z-1=0$

b) Al ser las rectas paralelas y descansar dos lados del cuadrado sobre ambas rectas, y recordando que un cuadrado tiene sus cuatro lados iguales, la longitud de un lado será igual a la distancia entre ambas rectas. Por lo tanto, el área del cuadrado será $[d(r,s)]^2$ .

Para obtener la distancia entre ambas rectas tomamos un punto $A(1,1,1)\in r$ y un punto arbitrario de la recta $s$ a partir de su ecuación paramétrica → $Q(-1-2\lambda,\lambda,-1)\in s$ .

El vector $\vec{AQ}=(-2-2\lambda,\lambda-1,-2)$ será perpendicurlar al vector director de la recta $s$ si el producto escalar de ambos vectores es nulo. Y si ambos vectores son perpendiculares, el módulo de $\vec{AQ}$ coincidirá con la distancia que separan ambas rectas.

$$\vec{AQ}\cdot\vec{u}_s=(-2-2\lambda,\lambda-1,-2)\cdot(-2,1,0)=0 \rightarrow 4+4\lambda+\lambda-1+0=0$$

$$5\lambda+3=0 \rightarrow \lambda=\frac{-3}{5} \rightarrow \vec{AQ}=(-2+\frac{6}{5},\frac{-3}{5}-1,-2)=(\frac{-4}{5},\frac{-8}{5},-2)$$

$$d(r,s)=|\vec{AQ}|=\sqrt{\frac{16}{25}+\frac{64}{25}+4}=\sqrt{\frac{180}{25}}=\sqrt{\frac{36}{5}}=\frac{6}{\sqrt{5}}=\frac{6\sqrt{5}}{5}\ u$$

Área del cuadrado solución → $A=[d(r,s)]^2=\frac{36}{5}=7{,}2\ u^2$