

**Instrucciones:**

**a) Duración:** 1 hora y 30 minutos.

**b)** Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**. Indica, en la primera hoja donde resuelves el examen, la opción elegida.

**c)** La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.

**d)** Contesta de forma razonada y escribe a bolígrafo (no a lápiz) ordenadamente y con letra clara. Las faltas de ortografía y la mala presentación pueden restar hasta un máximo de 2 puntos de la nota final (-0,25 por falta, borrón o tachón).

**e)** Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

**Opción A**

**Ejercicio 1.- [2,5 puntos]** Halla los valores  $a, b$  y  $c$  sabiendo que la gráfica de la función  $f(x) = \frac{ax^2 + b}{x + c}$  tiene una asíntota vertical en  $x = 1$ , una asíntota oblicua de pendiente 2, y un extremo local en el punto de abscisa  $x = 3$ .

**Ejercicio 2.- [2,5 puntos]** Calcula  $\int_0^{\pi} x^2 \operatorname{sen}(x) dx$ .

**Ejercicio 3.-** Considera las siguientes matrices:

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -2 & 1 & 0 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{y} \quad C = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -1 & 5 & 0 \end{pmatrix}.$$

**a) [1,5 puntos]** Determina la matriz  $X$  para la que  $A^t X B^{-1} = C$  ( $A^t$  es la traspuesta de  $A$ ).

**b) [1 punto]** Calcula el determinante de  $B^{-1}(C^t C)B$  ( $C^t$  es la traspuesta de  $C$ ).

**Ejercicio 4.-** Sea la recta definida por  $r: \begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \\ z = \lambda - 2 \end{cases}$  y la recta definida por  $s: \begin{cases} x - y = 1 \\ z = -1 \end{cases}$

**a) [1,75 puntos]** Halla la ecuación de la recta que corta perpendicularmente a las rectas dadas.

**b) [0,75 puntos]** Calcula la distancia entre  $r$  y  $s$ .

**Opción B**

**Ejercicio 1.- [2,5 puntos]** Un granjero desea vallar un terreno rectangular de pasto adyacente a un río. El terreno debe tener  $180.000 m^2$  para producir suficiente pasto para su ganado. ¿Qué dimensiones tendrá el terreno rectangular de modo que utilice la mínima cantidad de valla, si el lado que da al río no necesita vallado?

**Ejercicio 2.-** Sea  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  la función definida por  $f(x) = |x^2 - 4|$ .

a) [0,75 puntos] Haz un esbozo de la gráfica de  $f$ .

b) [1,75 puntos] Calcula el área del recinto limitado por la gráfica de  $f$  y la recta  $y = 5$ .

**Ejercicio 3.-** Considera el siguiente sistema de ecuaciones 
$$\begin{cases} 2x + y + (\alpha - 1)z = \alpha - 1 \\ x - \alpha y - 3z = 1 \\ x + y + 2z = 2\alpha - 2 \end{cases}$$

a) [1 punto] Resuelve el sistema para  $\alpha = 1$ .

b) [1,5 puntos] Determina, si existe, el valor de  $\alpha$  para el que  $(x, y, z) = (1, -3, \alpha)$  es la única solución del sistema dado.

**Ejercicio 4.-** Considera el plano  $\Pi$  de ecuación  $\Pi: mx + 5y + 2z = 0$  y la recta  $r$  dada por

$$r: \frac{x+1}{3} = \frac{y}{n} = \frac{z-1}{2}.$$

a) [1 punto] Calcula  $m$  y  $n$  en el caso en que la recta  $r$  es perpendicular al plano  $\Pi$ .

b) [1,5 puntos] Calcula  $m$  y  $n$  en el caso en que la recta  $r$  está contenida en el plano  $\Pi$ .