

Instrucciones:

a) Duración: 1 hora y 30 minutos.

b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**. Indica, en la primera hoja donde resuelves el examen, la opción elegida.

c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.

d) Contesta de forma razonada y escribe a bolígrafo (no a lápiz) ordenadamente y con letra clara. Las faltas de ortografía y la mala presentación pueden restar hasta un máximo de 2 puntos de la nota final (-0,25 por falta, borrón o tachón).

e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Opción A

Ejercicio 1.- [2,5 puntos] Se quiere construir un depósito abierto de base cuadrada y paredes verticales con capacidad para 13,5 metros cúbicos. Para ello se dispone de una chapa de acero de grosor uniforme. Calcula las dimensiones del depósito para que el gasto en chapa sea al mínimo posible.

Ejercicio 2.- [2,5 puntos] Calcula $\int \frac{-x^2}{x^2+x-2} dx$

Ejercicio 3.- Considera el sistema de ecuaciones
$$\begin{cases} \lambda x + y - z = -1 \\ \lambda x + \lambda z = \lambda \\ x + y - \lambda z = 0 \end{cases}$$

a) [1,5 puntos] Discute el sistema según los valores de λ .

b) [1 punto] Resuelve el sistema para $\lambda = 0$.

Ejercicio 4.- Sean los puntos $A(0,1,1)$, $B(2,1,3)$, $C(-1,2,0)$ y $D(2,1,m)$

a) [0,75 puntos] Calcula m par A, B, C y D estén en un mismo plano.

b) [0,75 puntos] Determina la ecuación del plano respecto los puntos A y B son simétricos.

c) [1 punto] Calcula el área del triángulo de vértices A, B y C .

Opción B

Ejercicio 1.- [2,5 puntos] Sabiendo que $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{ax^2 + bx + 1 - \cos(x)}{\operatorname{sen}(x^2)}$ es finito e igual a uno, calcula los valores de a y b .

Ejercicio 2.- [2,5 puntos] Determina la función $f: (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$ sabiendo que $f''(x) = \ln(x)$ y que su gráfica tiene tangente horizontal en el punto $P(1, 2)$ (\ln denota la función logaritmo neperiano).

Ejercicio 3.- Considera las matrices $A = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 2 & m \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ -2 & m & 0 \\ 3 & 2 & m \end{pmatrix}$.

- a) [1,5 puntos] Encuentra el valor, o los valores, de m para los que A y B tienen el mismo rango.
- b) [1 punto] Determina, si existen, los valores de m para los que A y B tienen el mismo determinante.

Ejercicio 4.- Sea el plano $\Pi: 2x + y - z + 8 = 0$.

- a) [1,5 puntos] Calcula el punto P' , simétrico del punto $P(2, -1, 5)$ respecto del plano Π .
- b) [1 punto] Calcula la recta r' , simétrico de la recta $r: \frac{x-2}{-2} = \frac{y+1}{3} = \frac{z-5}{1}$ respecto del plano Π .