Instrucciones:

a) Duración: 1 hora y 30 minutos.

b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**. Indica, en la primera hoja donde resuelves el examen, la opción elegida.

c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.

d) Contesta de forma razonada y escribe a bolígrafo (no a lápiz) ordenadamente y con letra clara. Las faltas de ortografía y la mala presentación pueden restar hasta un máximo de 2 puntos de la nota final (-0,25 por falta, borrón o tachón).

e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Opción A

Ejercicio 1.- a) [0,5 puntos] Realiza un dibujo aproximado de la gráfica de la función $f(x)=\begin{cases} 4x+12 & si \quad x\leq -1 \\ x^2-4x+3 & si \quad x>-1 \end{cases}$

b) [1 punto] Calcula el área del recinto limitado por la función del apartado *a)*, el eje de abscisas y la recta $x=2$.

c) [1 punto] Sea la función $g(x)=\frac{x^3}{3}-4x^2-\frac{2x}{3}-4$. Hallara los puntos de la curva en que la recta tangente es paralela a la recta $0=2x+3y-4$.

Ejercicio 2.- a) [1 punto] Calcula los intervalos de crecimiento y decrecimiento, y los intervalos de concavidad y convexidad de la función $f(x)=x^3-4x^2+4x$.

b) [1,5 puntos] Determina el valor de a para que sea aplicable el teorema de Rolle a la función $f(x)=x^3+ax-1$ en el intervalo $[0,1]$. Para este valor de a calcula un punto $c\in(0,1)$ en que la recta tangente a la gráfica de $f(x)$ sea paralela al eje OX .

Ejercicio 3.- [2,5 puntos] Calcular las matrices A y B tales que:

$$5A+3B=\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ -4 & 15 \end{pmatrix} \qquad 3A+2B=\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -2 & 9 \end{pmatrix}$$

Ejercicio 4.- Dados el plano $\Pi: x+y-z-1=0$ y la recta $r:\begin{cases} 3x+y+z-6=0 \\ 2x+y-2=0 \end{cases}$.

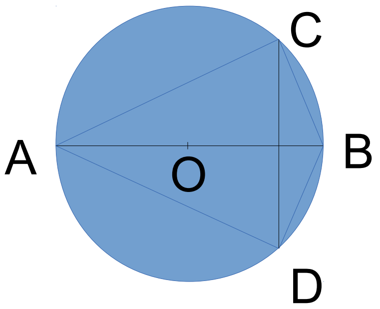
a) [1 punto] Estudia la posición relativa de la recta y el plano.

b) [0,5 puntos] Calcula la distancia de la recta al plano.

c) [1 punto] Calcula la ecuación general del plano que contiene a la recta r y es perpendicular a Π .

Opción B

Ejercicio 1.- [2,5 puntos] En una circunferencia de centro O y radio $10\,cm$, se traza un diámetro AB y una cuerda CD perpendicular a ese diámetro. ¿A qué distancia del centro O de la circunferencia debe estar la cuerda CD para que la diferencia entre las áreas de los triángulos ADC y BCD sea máxima? (ver imagen)



Ejercicio 2.- a) [1 punto] Calcula los valores de a y b para que $\lim_{x \to 0} \frac{a x^2 + b x + 1 - e^{2x}}{sen(x^2)} = 1$.

b) [1,5 puntos] Calcula $\int \frac{x^3+3}{x^2-x} dx$.

Ejercicio 3.- a) [1,5 puntos] Discute las soluciones del siguiente sistema en función del parámetro m.

$$\begin{Bmatrix} x + m y + z = 2 \\ m x - y + z = 0 \\ 2x - y + 2z = 1 \end{Bmatrix}$$

b) [1 punto] Resuelve, si es posible, el sistema para el caso $m=1$.

Ejercicio 4.- Dada la recta $r: \begin{Bmatrix} x - 2y + z = 0 \\ x - z = 0 \end{Bmatrix}$ y los puntos $P(1,-2,0)$ y $Q(0,1,3)$.

a) [1 punto] Hallar la ecuación del plano que contiene a la recta r y es paralelo al vector $\vec{PQ}$.

b) [0,5 puntos] Hallar la ecuación de la recta perpendicular a r, que pasa por Q e intersecta a r en un punto.

c) [1 punto] Hallar los puntos de corte de la recta de dirección $(2,1,1)$ y que pasa por el punto $P(4,6,2)$, con la superficie esférica de centro $(1,2,-1)$ y radio $\sqrt{26}$.