Instrucciones:

a) Duración: 1 hora y 30 minutos.

b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**. Indica, en la primera hoja donde resuelves el examen, la opción elegida.

c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.

d) Contesta de forma razonada y escribe a bolígrafo (no a lápiz) ordenadamente y con letra clara. Las faltas de ortografía y la mala presentación pueden restar hasta un máximo de 2 puntos de la nota final (-0,25 por falta, borrón o tachón).

e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Opción A

Ejercicio 1.- Sea la función $f(x)=\begin{cases} a-x & si \quad x\leq 1 \\ \frac{b}{x}+\ln(x) & si \quad x>1 \end{cases}$ continua y derivable en $x=1$.

a) [1 punto] Obtener a y b .

b) [1,5 puntos] Para $a=3$ y $b=2$ calcula los extremos absolutos en el intervalo $[1,e]$.

Ejercicio 2.- [2,5 puntos] Calcula el parámetro $a\in\mathbb{R}, a>0$ para que el valor del área de la región determinada por la parábola $f(x)=-x^2+a^2$ y el eje de abscisas coincida con la pendiente de la recta tangente a la gráfica de la función en el punto de abscisa $x=-a$.

Ejercicio 3.- [2,5 puntos] Sabemos que el vector $(2,1,-1)$ es solución del sistema

$$\begin{cases} ax+by+cz=a+c \\ bx-y+bz=a-b-c \\ cx-by+2z=b \end{cases}$$

Calcule el valor de los parámetros a, b y c .

Ejercicio 4.- Sea el punto $P(-1,0,2)$ y las rectas $r:\begin{cases} x-z=1 \\ y-z=-1 \end{cases}$, $s:\begin{cases} x=1+\lambda \\ y=\lambda \\ z=3 \end{cases}$.

a) [1 puntos] Determina la posición relativa de ambas rectas.

b) [1 punto] Determina la ecuación de la recta que pasa por P y corta a ambas rectas.

c) [0,5 puntos] Determina la ecuación de la recta perpendicular común a ambas rectas.

Opción B

Ejercicio 1.- Sea $f(x)=sen(x)$.

a) [1 punto] Obtener la ecuación de la recta tangente a la función en el punto de abscisa $x=\frac{\pi}{6}$.

b) [1 punto] Obtener la ecuación de la recta normal a la gráfica de la función en el punto de abscisa $x=\frac{\pi}{3}$.

c) [0,5 puntos] El ángulo formado por las rectas de los apartados anteriores.

Ejercicio 2.- La curva $y=x^2$ y la recta $y=k$, con $k>0$, determinan una región plana.

a) [2 puntos] Calcula el valor del área de esta región en función de parámetro k .

b) [0,5 puntos] Encuentra el valor de k para que el área limitada sea $\sqrt{6}\ u^2$.

Ejercicio 3.- Dadas la matrices $A=\begin{pmatrix} -2 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 4 & 2 & -2 \end{pmatrix}$ y $B=\begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 0 & -1 & 5 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$, obtener razonadamente el valor de los siguientes determinantes, escribiendo todos los pasos del razonamiento.

a) [1 punto] $|A+B|$ y $|\frac{1}{2}(A+B)^{-1}|$

b) [1 punto] $|(A+B)^{-1}\cdot A|$ y $|A^{-1}(A+B)|$

c) [0,5 puntos] $|2\,A\,B\,A^{-1}|$ y $|A^3\,B^{-1}|$

Ejercicio 4.- Sean los puntos $A(1,2,-1)$, $P(0,0,5)$, $Q(1,0,4)$ y $R(0,1,6)$.

a) [2 puntos] Hallar la ecuación de la recta que pasa por el punto A , es paralela al plano que pasa por los puntos $P, Q\ y\ R$ y tal que la primera componente de su vector director es doble de la segunda.

b) [0,5 puntos] Hallar la distancia del punto A al plano que pasa por $P, Q\ y\ R$.