Instrucciones:

a) Duración: 1 hora y 30 minutos.

b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**. Indica, en la primera hoja donde resuelves el examen, la opción elegida.

c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.

d) Contesta de forma razonada y escribe a bolígrafo (no a lápiz) ordenadamente y con letra clara. Las faltas de ortografía y la mala presentación pueden restar hasta un máximo de 2 puntos de la nota final (-0,25 por falta, borrón o tachón).

e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Opción A

Ejercicio 1.- Sea $f(x)=\dfrac{2}{x^2-5x+6}$.

a) [0,5 puntos] Estudia el dominio y las asíntotas de la función.

b) [0,5 puntos] Estudia la monotonía **c) [0,5 puntos]** Realiza un dibujo aproximado de la gráfica.

d) [1 punto] Demuestra que la función $f(x)=x-\sqrt{x}$ tiene una única solución para $x>\dfrac{1}{4}$.

Ejercicio 2.- a) [1,5 puntos] La parábola $f(x)=\dfrac{x^2}{2}$ divide al rectángulo de vértices $(0,0)$, $(4,0)$, $(4,2)$ y $(0,2)$ en dos recintos. Calcular el área de cada recinto.

b) [1 punto] Calcula la siguiente integral en función de a y b . $I=\int \dfrac{ax+b}{x^2-3x+2}\,dx$

Ejercicio 3.- Sea $A=\begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 \\ 0 & a & 0 \\ 2 & 1 & a^2-1 \end{pmatrix}$.

a) [1,5 puntos] Calcular el rango de A en función del parámetro real a .

b) [1 punto] Decidir si la matriz tiene inversa para $a=1$ y, en caso afirmativo, calcularla.

Ejercicio 4.- Los puntos $A(1,3,-4)$, $B(2,6,7)$ y $C(5,-1,2)$ son tres vértices consecutivos de un paralelogramo.

a) [0,5 puntos] Halla el cuarto vértice D .

b) [1 punto] Halla la ecuación de la recta que pasa por A y C .

c) [1 punto] Halla la ecuación del plano que contine al paralelogramo.

Opción B

Ejercicio 1.- a) [1 punto] Calcule el número real m que cumple $\lim_{x \to 0} \frac{\ln(1+mx)}{sen(2x)}=3$

b) [1,5 puntos] Se desea construir un contenedor con forma de paralelepípedo rectangular de $100\,m^3$ de volumen, de manera que el largo de su base sea $\frac{4}{3}$ de la anchura x de su base. Los precios de m^2 de suelo, de techo y de pared lateral son, respectivamente, $225\,€/m^2$, $300\,€/m^2$ y $256\,€/m^2$. Determinar razonadamente las dimensiones que minimizan el coste de pintura y dicho coste mínimo.

Ejercicio 2.- a) [1 punto] Calcule a y b para que la función $f(x)=x^3+ax^2+bx+2$ pase por el punto $(-1,6)$ y su recta tangente en $x=1$ forme un ángulo de $45°$ con el eje OX.

b) [1,5 puntos] Calcule una primitiva de $I=\int \frac{\ln(x)}{\sqrt{x}}dx$.

Ejercicio 3.- Sea A una matriz cuadrada de orden 3 con elementos reales, tal que $A^2=I$ (siendo I la matriz identidad de orden 3).

a) [1 punto] Prueba que la matriz A tiene inversa y dé dicha inversa

b) [0,5 puntos] Obtener A^n para cualquier número natural n .

c) [1 punto] Si $A=\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & a & 0 \\ 0 & 0 & a \end{pmatrix}$, calcula el valor del número real a para que se cumpla $A^2=I$.

Ejercicio 4.- Sean las rectas $r:\begin{Bmatrix} x-y+z=2 \\ 2x-2y+z=2 \end{Bmatrix}$ y $s:\begin{Bmatrix} x+y=0 \\ z=1 \end{Bmatrix}$.

a) [1 punto] Determina la posición relativa de ambas rectas.

b) [1 punto] Hallar, si es posible, la ecuación de un plano paralelo a r que contiene a s .

c) [0,5 puntos] Obtener la mínima distancia entre ambas rectas.