

Instrucciones:

a) Duración: 1 hora y 30 minutos.

b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**. Indica, en la primera hoja donde resuelves el examen, la opción elegida.

c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.

d) Contesta de forma razonada y escribe a bolígrafo (no a lápiz) ordenadamente y con letra clara. Las faltas de ortografía y la mala presentación pueden restar hasta un máximo de 2 puntos de la nota final (-0,25 por falta, borrón o tachón).

e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Opción A

Ejercicio 1.- a) [0,5 puntos] Enuncia el teorema de Bolzano.

b) [0,5 puntos] Enuncia el teorema de Rolle.

c) [0,5 puntos] Encuentra una solución de $f(x) = \ln(x) + x$ con una precisión de dos cifras decimales.

d) [1 punto] Demuestra que la solución obtenida en el apartado **c)** es la única solución de $f(x)$.

Ejercicio 2.- Sean las funciones $f(x) = x^2 - 2x$ y $g(x) = -x^2 + 4x$.

a) [0,5 puntos] Representa las gráficas de ambas funciones, sobre los mismos ejes.

b) [1 punto] Calcula el área total del recinto limitado por ambas gráficas.

c) [1 punto] Calcula $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{x}{\cos^2(x)} dx$ (sugerencia: integración por partes).

Ejercicio 3.- Sean $A = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$.

a) [1 punto] Estudia, según los valores de k , el rango de la matriz resultante de operar $AB^t + kI$, donde B^t es la matriz traspuesta de B e I es la matriz identidad de orden 3.

b) [1,5 puntos] Calcula la matriz que verifica $AB^t X - X = 2B$.

Ejercicio 4.- Sea el triángulo de vértices $A(-1,1,0)$, $B(0,-2,3)$ y $C(2,1,-1)$.

a) [1,5 puntos] Halla la ecuación del plano que contiene al triángulo.

b) [1 punto] Halla la ecuación general de la recta que une el punto medio del segmento \overline{AB} y el punto medio del segmento \overline{AC} .

Opción B

Ejercicio 1.- a) [1,5 puntos] Sabiendo que $f(x) = \begin{cases} x^2 + bx + c & \text{si } x \leq 0 \\ \frac{\ln(x+1)}{x} & \text{si } x > 0 \end{cases}$ es derivable en $x=0$,

calcula b y c .

b) [1 punto] Estudia la derivabilidad de $f(x) = x^2 - 3|x| + 2$ en $x=0$ mediante la definición formal de derivada.

Ejercicio 2.- a) [0,5 puntos] Enuncia la regla de L'Hôpital.

b) [1 punto] Estudia las asíntotas y los extremos relativos de la función $f(x) = \frac{x^2 + x + 1}{x^2 + 1}$.

c) [1 punto] Calcula $\int \frac{x^3}{x^2 - 5x + 6} dx$.

Ejercicio 3.- Dado el sistema de ecuaciones $f(x) = \begin{cases} 4x + ay - 2z = -1 \\ x + y - az = -1 \\ x + y + (2a+2)z = 6 - a \end{cases}$

a) [1,5 puntos] Estudiar las posibles soluciones según el valor de a .

b) [1 punto] Resolver para todos los casos en que el sistema sea compatible.

Ejercicio 4.- a) [1,5 puntos] Hallar la ecuación del plano que contiene a la recta $r: x - 2 = \frac{y - 1}{3} = z + 1$ y al punto $A(2, 5, 1)$.

b) [1 punto] Obtener los puntos de corte del plano $\Pi: x + 2y + 4z - 4 = 0$ con los ejes cartesianos del espacio tridimensional.