

Instrucciones:

a) Duración: 1 hora y 30 minutos.

b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**. Indica, en la primera hoja donde resuelves el examen, la opción elegida.

c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.

d) Contesta de forma razonada y escribe a bolígrafo (no a lápiz) ordenadamente y con letra clara. Las faltas de ortografía y la mala presentación pueden restar hasta un máximo de 2 puntos de la nota final (-0,25 por falta, borrón o tachón).

e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Opción A

Ejercicio 1.- Sea $f(x) = \frac{x^2 + 3x + 4}{2x + 2}$ para $x \neq -1$

a) [1,5 puntos] Estudia y halla las asíntotas de las gráficas de $f(x)$.

b) [1 punto] Determina los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de $f(x)$.

Ejercicio 2.- [2,5 puntos] Sea la función $f(x): (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(x) = \frac{1+e^x}{1-e^x}$. Halla la primitiva de la función cuya gráfica pasa por el punto $(1, 1)$ (Sugerencia: cambio de variable $t = e^x$).

Ejercicio 3.- [2,5 puntos] Calcula todas las matrices $X = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ tales que $a+d=1$, tienen determinante 1 y cumple $AX = XA$, siendo $A = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$.

Ejercicio 4.- Sean las rectas $r: \frac{x-2}{-1} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-1}{1}$ y los planos $\Pi_1: x=0$ y $\Pi_2: y=0$.

a) [1,25 puntos] Halla los puntos de la recta r que equidistan de los planos Π_1 y Π_2 .

b) [1,25 puntos] Determina la posición relativa de la recta r y la recta intersección de los planos Π_1 y Π_2 .

Opción B

Ejercicio 1.- Sea la función $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(x) = (x-a)e^x$.

- a) [1,25 puntos] Determina a sabiendo que la función tiene un punto crítico en $x=0$.
- b) [1,25 puntos] Para $a=1$, calcula los puntos de inflexión de la gráfica de la función.

Ejercicio 2.- Considera las funciones $f(x): (-2, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(x) = \ln(x+2)$ y $g(x): \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $g(x) = \frac{1}{2}(x-3)$.

- a) [1 punto] Esboza el recinto que determinan la gráfica de f , la gráfica de g , la recta $x=1$ y la recta $x=3$. (No es necesario calcular los puntos de corte entre las dos gráficas).
- b) [1,5 puntos] Determina el área del recinto anterior.

Ejercicio 3.- [2,5 puntos] Dadas las matrices $A = \begin{pmatrix} 2-m & 1 & 2m-1 \\ 1 & m & 1 \\ m & 1 & 1 \end{pmatrix}$, $X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$ y

$B = \begin{pmatrix} 2m^2-1 \\ m \\ 1 \end{pmatrix}$, considera el sistema de ecuaciones lineales dado por $X^t A = B^t$. Discútelo según los distintos valores de m .

Ejercicio 4.- Considera el triángulo cuyos vértices son los puntos $A(1,1,0)$, $B(1,0,2)$ y $C(0,2,1)$.

- a) [1,25 puntos] Halla el área de dicho triángulo.
- b) [1,25 puntos] Calcula el coseno del ángulo en el vértice A .