

Instrucciones:

a) Duración: 1 hora y 30 minutos.

b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**. Indica, en la primera hoja donde resuelves el examen, la opción elegida.

c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.

d) Contesta de forma razonada y escribe a bolígrafo (no a lápiz) ordenadamente y con letra clara. Las faltas de ortografía y la mala presentación pueden restar hasta un máximo de 2 puntos de la nota final (-0,25 por falta, borrón o tachón).

e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Opción A

Ejercicio 1.- a) [1,5 puntos] Determinar a para que $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x} - \frac{1}{\operatorname{sen}(x)} & \text{si } x \neq 0 \\ a & \text{si } x = 0 \end{cases}$ sea continua en el dominio $(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$.

b) [1 punto] Calcular la recta tangente y normal a $f(x) = 4e^{1-x}$ en el punto $(1, f(1))$.

Ejercicio 2.- a) [1,5 puntos] Sea la función $f(x): \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$. Sabiendo que tiene un extremo relativo en $x=0$, un punto de inflexión en $x=-1$ y que $\int_0^1 f(x) dx = 6$, obtener a , b y c .

b) [1 punto] Calcular $\int_1^4 \frac{x + \sqrt{x}}{x^2} dx$

Ejercicio 3.- Sea el sistema $\begin{cases} x - y + z = 1 \\ 3x + ay = 1 \\ 4x + az = 2 \end{cases}$

a) [1,5 puntos] Discutir las soluciones según el parámetro a .

b) [1 punto] Resolver para $a=1$.

Ejercicio 4.- Sean las rectas $r: x=y=z$, $s: \begin{cases} x=1+\lambda \\ y=3+\lambda \\ z=-\lambda \end{cases}$.

a) [2 puntos] Determinar los puntos A y B de r y s respectivamente, que estén a la mínima distancia posible.

b) [0,5 puntos] Obtener plano perpendicular a s que pase por el punto $P(1,0,1)$

Opción B

Ejercicio 1.- a) [1 punto] Calcular $\lim_{x \rightarrow 0^+} x \cdot \ln(x)$

b) [1,5 puntos] Sea el polinomio $P(x) = \frac{x^3}{3} - \frac{3x^2}{2} + 2x + C$. Obtener C para que el valor de $P(x)$ en su mínimo relativo sea 1. Y obtener la abscisa del punto de inflexión de $P(x)$.

Ejercicio 2.- a) [1 punto] Calcular el área delimitada en el primer cuadrante por las funciones $f(x) = x^3$ y $g(x) = x$.

b) [1,5 puntos] Sea $f(x) = \begin{cases} (x-1)^2 & \text{si } x \leq 1 \\ \ln(x) & \text{si } x > 1 \end{cases}$. Calcular el área delimitada por la función y las rectas $x=1$ e $y=1$.

Ejercicio 3.- Sea la matriz $A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & a & 0 \\ -1 & 0 & -2 \end{pmatrix}$.

a) [1,5 puntos] Determinar los valores de a que verifican $A^2 + 2A + I = 0$, donde I es la matriz identidad y 0 es una matriz con todos sus coeficientes nulos.

b) [1 punto] Para $a=1$ la matriz es regular, es decir, admite inversa. Obtener dicha inversa.

Ejercicio 4.- Sea la recta $r: \begin{cases} x=2+b \\ y=-1-b \\ z=2+b \end{cases}$ y el punto $P(3,0,1)$.

a) [1 punto] Hallar la distancia del punto P a la recta r .

b) [1,5 puntos] Obtener el punto simétrico de P respecto r .