Instrucciones:

a) Duración: 1 hora y 30 minutos.

b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**. Indica, en la primera hoja donde resuelves el examen, la opción elegida.

c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.

d) Contesta de forma razonada y escribe a bolígrafo (no a lápiz) ordenadamente y con letra clara. Las faltas de ortografía y la mala presentación pueden restar hasta un máximo de 2 puntos de la nota final (-0,25 por falta, borrón o tachón).

e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Opción A

Ejercicio 1.- a) [1,5 puntos] Sea la función $f(x)=x+\sqrt{4-x^2}$. Obtener su dominio, sus intervalos de crecimiento y decrecimiento, los extremos relativos y los extremos absolutos en su dominio (obtener abscisa y ordenada).

b) [1 punto] Determinar a y b para que $f(x)=\begin{Bmatrix} e^{ax} \ si \ x\leq 0 \\ x^2+bx+a \ si \ x>0 \end{Bmatrix}$ sea derivable en su dominio.

Ejercicio 2.- Sea la función $f(x)=\begin{Bmatrix} x^2 \ si \ x\leq 0 \\ \ln(x+1) \ si \ x>0 \end{Bmatrix}$. Sabemos que es continua en todo su dominio.

a) [0,5 puntos] Realiza un boceto del área encerrada por $f(x)$ con la función $g(x)=4$. Calcular los puntos de corte entre ambas funciones.

b) [1 punto] Obtener el área encerrada en el apartado anterior.

c) [1 punto] Calcular $\int_{-1}^{0} \frac{-2f(x)}{x-3}dx$

Ejercicio 3.- a) [1 punto] Estudiar las soluciones de $\begin{Bmatrix} x+y+(m+3)z=3 \\ x+y+z=3m \\ 2x+4y+3(m+1)z=8 \end{Bmatrix}$ en función de m .

b) [1,5 puntos] Tenemos tres grifos para llenar un depósito de agua y suponemos que el caudal que cae por cada grifo es constante. Si utilizamos el grifo 1, tardamos 10 horas en llenar el depósito. Si utilizamos el grifo 1 y 2, tardamos 4 horas. Si utilizamos los tres grifos, tardamos una hora. Suponiendo que la suma de los caudales de los tres grifos es de 10 litros por minuto, calcule el caudal de cada grifo y el volumen del depósito.

Ejercicio 4.- Los extremos de un lado de un rectángulo son los vértices $A(1,1,-3)$ y $B(-1,0,0)$. Los otros dos vértices C y D están en una recta que pasa por el punto $P(4,3,-5)$.

a) [1 punto] Obtener uno de los otros dos vértices del rectángulo (obtener C ó D).

b) [0,5 puntos] Sabiendo que un cuadrado es un caso particular de rectángulo, ¿forman A , B , C y D un cuadrado? Justifica tu respuesta.

c) [1 punto] Obtener la ecuación canónica del plano que pasa por A , B y P .

Opción B

Ejercicio 1.- a) [1 punto] Calcular las asíntotas de $f(x)=\frac{-3x}{\sqrt{x^2-1}}$.

b) [0,5 puntos] Obtener la recta tangente y la recta normal a $f(x)=\frac{-3x}{\sqrt{x^2-1}}$ en el punto $x_0=\sqrt{2}$

c) [1 punto] Un granjero desea vallar un terreno rectangular de pasto adyacente a un río. El terreno debe tener $180.000\,m^2$ para producir suficiente pasto para su ganado. ¿Qué dimensiones tendrá el terreno rectangular de modo que utilice la mínima cantidad de valla, si el lado que da al río no necesita vallado?

Ejercicio 2.- a) [1,5 puntos] Calcular el área encerrada por las funciones $f(x)=4-3|x|$ y $g(x)=x^2$.

b) [1 punto] El área del recinto limitado por las curvas $f(x)=\frac{x^2}{a}$ y $g(x)=\sqrt{a\,x}$, con $a>0$, vale $3\,u^2$. Obtener el valor de a .

Ejercicio 3.- Sean las matrices $A=\begin{pmatrix}1+m & 1\\ 1 & 1-m\end{pmatrix}$ y $B=\begin{pmatrix}1 & -1\\ 1 & 0\end{pmatrix}$.

a) [1 punto] ¿Para qué valores de m se verifica $A^2=2A+B$?

b) [1 punto] Para $m=1$ calcula A^{-1} y calcula X que satisface $A\cdot X-B=A\cdot B$.

c) [0,5 puntos] Para $m=2$ obtener el determinante de $(3A^4)\cdot(4A^7)^{-1}$

Ejercicio 4.- Sea el plano $\Pi: x+2y+3z-1=0$ y la recta $r:\begin{Bmatrix}x=2z+4\\ y=2z+3\end{Bmatrix}$.

a) [1,5 puntos] Hallar la ecuación de la recta contenida en el plano Π y que corta perpendicularmente a la recta r en el punto $P(2,1,-1)$.

b) [1 punto] Obtener el punto o los puntos de la recta r cuya distancia al plano Π sea igual a $1\,u$.