Instrucciones:

a) Duración: 1 hora y 30 minutos.

b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**. Indica, en la primera hoja donde resuelves el examen, la opción elegida.

c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.

d) Contesta de forma razonada y escribe a bolígrafo (no a lápiz) ordenadamente y con letra clara. Las faltas de ortografía y la mala presentación pueden restar hasta un máximo de 2 puntos de la nota final (-0,25 por falta, borrón o tachón).

e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Opción A

Ejercicio 1.- [2,5 puntos] Una imprenta recibe el encargo de diseñar un cartel con las siguientes características: la zona impresa debe ocupar $100\,cm^2$, el margen superior debe medir 3 cm, el inferior 2 cm, y los márgenes laterales 4 cm cada uno. Calcula las dimensiones que debe tener el cartel de modo que se utilice la menor cantidad de papel posible.

Ejercicio 2.- Considere las curvas $f(x)=x^2$ y $g(x)=-x^2+4x$.

a) [0,5 puntos] Obtener la recta tangente y la recta normal a $g(x)$ en $x=0$.

b) [2 puntos] Esboza la gráfica de ambas funciones, hallando los puntos de corte de ambas curvas, y calcula el área encerrada por ambas curvas.

Ejercicio 3.- Sea $A=\begin{pmatrix}-2 & -2 & 0\\ -2 & 1 & 0\\ 0 & 0 & -2\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}1\\2\\1\end{pmatrix}$ y $X=\begin{pmatrix}x\\y\\z\end{pmatrix}$.

a) [1 punto] Determina los valores de λ para los que la matriz $A+\lambda I$ no tiene inversa (I es la matriz identidad).

b) [1 punto] Calcular la inversa de $A+\lambda I$ si $\lambda=0$.

c) [0,5 puntos] Obtener la matriz X que cumple $AX+2B=0$.

Ejercicio 4.- Considera el punto $P(1,-1,0)$, el punto $Q(2,0,0)$ y la recta $r:\begin{Bmatrix}x=1+3t\\ y=-2\\ z=t\end{Bmatrix}$.

a) [1 punto] Determinar la ecuación del plano que pasa por P y contiene a r .

b) [1,5 puntos] Halla la ecuación paramétrica del plano Π respecto al cual los puntos P y Q son simétricos.

Opción B

Ejercicio 1.- a) [1 punto] Sabiendo que $f(x)=\begin{cases} x^2+bx+c & si \quad x\le 0 \\ \dfrac{\ln(x+1)}{x} & si \quad x>0 \end{cases}$ es derivable en $x=0$, obtener b y c.

b) [1,5 puntos] Determinar los extremos relativos y los extremos absolutos de $f(x)=\dfrac{1}{x}+\ln(x)$ en el intervalo $[\dfrac{1}{e},e]$.

Ejercicio 2.- [2,5 puntos] Calcula $\displaystyle\int_1^{16} \frac{dx}{\sqrt{x}+\sqrt[4]{x}}$ (sugerencia: $t=\sqrt[4]{x}$)

Ejercicio 3.- Dado el sistema de ecuaciones $\begin{cases} 4x+ay-2z=-1 \\ x+y-az=-1 \\ x+y+(2a+2)z=6-a \end{cases}$.

a) [1,5 puntos] Estudiar las posibles soluciones según el valor de a.

b) [1 punto] Resolver para todos los casos en que el sistema sea compatible.

Ejercicio 4.- Sean los vectores $\vec{u}=(1,0,1)$, $\vec{v}=(0,2,1)$, $\vec{w}=(m,1,n)$.

a) [1 punto] Halla m y n sabiendo que los tres vectores son linealmente dependientes y que $\vec{w}$ es ortogonal (es decir, perpendicular) a $\vec{u}$.

b) [1,5 puntos] Obtener una recta que corte de forma perpendicular a las dos rectas cruzadas siguientes:

$r: \dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+2}{-3}=\dfrac{z}{5}$, $s: \dfrac{x+3}{1}=\dfrac{y-5}{4}=\dfrac{z-3}{2}$