

Instrucciones:

a) Duración: 1 hora y 30 minutos.

b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**. Indica, en la primera hoja donde resuelves el examen, la opción elegida.

c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.

d) Contesta de forma razonada y escribe a bolígrafo (no a lápiz) ordenadamente y con letra clara. Las faltas de ortografía y la mala presentación pueden restar hasta un máximo de 2 puntos de la nota final (-0,25 por falta, borrón o tachón).

e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Opción A

Ejercicio 1.- [2,5 puntos] Sea la función $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$. Obtener a, b, c y d sabiendo que existe un extremo relativo en $(0,1)$ y un punto de inflexión en $(1,-1)$.

Ejercicio 2.- Considere la región limitada por gráfica de la función $f(x) = \sqrt{2x-2}$, la recta $y = x - 5$ y el eje de abscisas.

a) [0,75 puntos] Esboza la gráfica de la región dada, hallando los puntos de corte la función con las rectas.

b) [0,75 puntos] Expresa el área del recinto interior como una integral.

c) [1 punto] Calcula el área.

Ejercicio 3.- Sea A una matriz 3×3 tal que $\det(2A) = 8$.

a) [0,5 puntos] ¿Cuánto vale $\det(A)$?

b) [0,75 puntos] Siendo B la matriz que se obtiene de A multiplicando por 3 la primera fila y por -1 la tercera, ¿cuánto vale $\det(B)$?

c) [1,25 puntos] Determina los valores de x para que la siguiente matriz A verifique que $\det(2A) = 8$.

$$A = \begin{pmatrix} x & 1 & 1 \\ x+1 & 2 & 2 \\ x & -x+2 & 1 \end{pmatrix}$$

Ejercicio 4.- Sean los puntos $A(1,1,1)$, $B(0,-2,2)$, $C(-1,0,2)$ y $D(2,-1,-2)$.

a) [1 punto] Calcula el volumen del tetraedro de vértices A, B, C y D .

b) [1,5 puntos] Determina la ecuación de la recta que pasa por D y es perpendicular al plano formado por A, B y C .

| |
|-----------------|
| Opción B |
|-----------------|

Ejercicio 1.- [2,5 puntos] Se necesita construir un depósito cilíndrico, con tapa inferior y superior, de volumen $20\pi m^3$. El material de las tapas cuesta 10€ el metro cuadrado y el material para el resto del cilindro 8€ el metro cuadrado. Calcula, si existe, el radio de las tapas y la altura del cilindro que hace que el coste total sea mínimo

Ejercicio 2.- Sea $I = \int_0^8 \frac{1}{2+\sqrt{x+1}} dx$

a) [1,25 puntos] Expresa I aplicando el cambio de variable $t = 2 + \sqrt{x+1}$.

b) [1,25 puntos] Calcula el valor de I .

Ejercicio 3.- Sea la matriz $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$.

a) [0,5 puntos] Comprueba que $A A^t - 2A = I$.

b) [0,75 puntos] Calcula A^{-1} .

c) [1,25 puntos] Determina, si existe, la matriz X que verifica $X A + I = 3A$.

Ejercicio 4.- Sean los puntos $A(-1, -2, -1)$ y $B(1, 0, 1)$.

a) [1,25 puntos] Determina la ecuación del plano respecto al cual ambos puntos son simétricos.

b) [1,25 puntos] Calcula la distancia del punto $P(-1, 0, 1)$ a la recta que pasa por los puntos A y B.