

**Instrucciones:**

**a) Duración:** 1 hora y 30 minutos.

**b)** Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**. Indica, en la primera hoja donde resuelves el examen, la opción elegida.

**c)** La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.

**d)** Contesta de forma razonada y escribe a bolígrafo (no a lápiz) ordenadamente y con letra clara. Las faltas de ortografía y la mala presentación pueden restar hasta un máximo de 2 puntos de la nota final (-0,25 por falta, borrón o tachón).

**e)** Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

**Opción A**

**Ejercicio 1.- [2,5 puntos]** Sea la función  $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ . Obtener  $a, b, c$  y  $d$  sabiendo que existe un extremo relativo en  $(0,1)$  y un punto de inflexión en  $(1,-1)$ .

**Ejercicio 2.-** Considere la región limitada por gráfica de la función  $f(x) = \sqrt{2x-2}$ , la recta  $y = x - 5$  y el eje de abscisas.

**a) [0,75 puntos]** Esboza la gráfica de la región dada, hallando los puntos de corte la función con las rectas.

**b) [0,75 puntos]** Expresa el área del recinto interior como una integral.

**c) [1 punto]** Calcula el área.

**Ejercicio 3.-** Sea  $A$  una matriz  $3 \times 3$  tal que  $\det(2A) = 8$ .

**a) [0,5 puntos]** ¿Cuánto vale  $\det(A)$  ?

**b) [0,75 puntos]** Siendo  $B$  la matriz que se obtiene de  $A$  multiplicando por 3 la primera fila y por -1 la tercera, ¿cuánto vale  $\det(B)$  ?

**c) [1,25 puntos]** Determina los valores de  $x$  para que la siguiente matriz  $A$  verifique que  $\det(2A) = 8$ .

$$A = \begin{pmatrix} x & 1 & 1 \\ x+1 & 2 & 2 \\ x & -x+2 & 1 \end{pmatrix}$$

**Ejercicio 4.-** Sean los puntos  $A(1,1,1)$ ,  $B(0,-2,2)$ ,  $C(-1,0,2)$  y  $D(2,-1,-2)$ .

**a) [1 punto]** Calcula el volumen del tetraedro de vértices  $A, B, C$  y  $D$ .

**b) [1,5 puntos]** Determina la ecuación de la recta que pasa por  $D$  y es perpendicular al plano formado por  $A, B$  y  $C$ .

**Opción B**

**Ejercicio 1.- [2,5 puntos]** Se necesita construir un depósito cilíndrico, con tapa inferior y superior, de volumen  $20\pi m^3$ . El material de las tapas cuesta 10€ el metro cuadrado y el material para el resto del cilindro 8€ el metro cuadrado. Calcula, si existe, el radio de las tapas y la altura del cilindro que hace que el coste total sea mínimo

**Ejercicio 2.-** Sea  $I = \int_0^8 \frac{1}{2+\sqrt{x+1}} dx$

a) [1,25 puntos] Expresa  $I$  aplicando el cambio de variable  $t = 2 + \sqrt{x+1}$ .

b) [1,25 puntos] Calcula el valor de  $I$ .

**Ejercicio 3.-** Sea la matriz  $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$ .

a) [0,5 puntos] Comprueba que  $A A^t - 2A = I$ .

b) [0,75 puntos] Calcula  $A^{-1}$ .

c) [1,25 puntos] Determina, si existe, la matriz  $X$  que verifica  $X A + I = 3A$ .

**Ejercicio 4.-** Sean los puntos  $A(-1, -2, -1)$  y  $B(1, 0, 1)$ .

a) [1,25 puntos] Determina la ecuación del plano respecto al cual ambos puntos son simétricos.

b) [1,25 puntos] Calcula la distancia del punto  $P(-1, 0, 1)$  a la recta que pasa por los puntos A y B.