Instrucciones:

a) Duración: 1 hora y 30 minutos.

b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**. Indica, en la primera hoja donde resuelves el examen, la opción elegida.

c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.

d) Contesta de forma razonada y escribe a bolígrafo (no a lápiz) ordenadamente y con letra clara. Las faltas de ortografía y la mala presentación pueden restar hasta un máximo de 2 puntos de la nota final (-0,25 por falta, borrón o tachón).

e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Opción A

Ejercicio 1.- a) [1,5 puntos] Se quiere construir un depósito abierto de base cuadrada y paredes verticales con capacidad para 13,5 metros cúbicos. Para ello se dispone de una chapa de acero de grosor uniforme. Calcula las dimensiones del depósito para que el gasto en chapa sea al mínimo posible.

b) [1 punto] Calcula el número real m que cumple $\lim_{x\to 0} \frac{\ln(1+mx)}{sen(2x)}=3$

Ejercicio 2.- a) [1,5 puntos] Sea la función $f(x)=x^2\cdot\cos(x)$. Determina la primitiva de la función que pasa por el punto $(\pi,0)$.

b) [1 punto] La parábola $f(x)=\frac{x^2}{2}$ divide al rectángulo de vértices $(0,0)$, $(4,0)$, $(4,2)$ y $(0,2)$ en dos recintos. Calcular el área de cada recinto.

Ejercicio 3.- Dado el sistema $\left\{\begin{array}{c} x+y+z=2 \\ ax+2y+3z=0 \\ a^2x+4y+9z=-12 \end{array}\right\}$

a) [1,5 puntos] Estudiar la compatibilidad del sistema según el parámetro real a .

b) [1 punto] Resolver, si es posible, para $a=3$.

Ejercicio 4.- Sea el punto $P(1,0,-1)$, el plano $\Pi: 2x-y+z+1=0$ y la recta $r:\left\{\begin{array}{c} -2x+y-1=0 \\ 3x-z-3=0 \end{array}\right\}$.

a) [2 puntos] Determinar la ecuación general del plano que pasa por P , es paralelo a la recta r y perpendicular al plano Π .

b) [0,5 puntos] Hallar el ángulo entre r y Π .

Opción B

Ejercicio 1.- a) [2 puntos] Estudia y representa gráficamente la función $f(x)=e^{-x^2}$

b) [0,5 puntos] Calcula a y b para que la función $f(x)=x^3+a x^2+b x+2$ pase por el punto $(-1,6)$ y su recta tangente en $x=1$ forme un ángulo de 45° con el eje OX.

Ejercicio 2.- a) [1,5 puntos] Calcula $\int \frac{x^3}{x^2-5x+6} dx$

b) [1 punto] Calcula $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{x}{\cos^2(x)} dx$

Ejercicio 3.- a) [1,5 puntos] Sabemos que el vector $(2,1,-1)$ es solución del sistema de ecuaciones $\left\{ \begin{array}{c} a x+b y+c z=a+c \\ b x-y+b z=a-b-c \\ c x-b y+2 z=b \end{array} \right\}$. Calcule el valor de los parámetros a, b y c .

b) [1 punto] Dadas la matrices $A=\begin{pmatrix} -2 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 4 & 2 & -2 \end{pmatrix}$ y $B=\begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 0 & -1 & 5 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$, obtener razonadamente el valor de los determinantes $|(A+B)^{-1}\cdot A|$ y $|A^{-1}(A+B)|$, escribiendo todos los pasos del razonamiento.

Ejercicio 4.- Sea la recta $r: \frac{x-5}{-1}=y-2=z$ y la recta s que pasa por los puntos $A(1,6,6)$ y $B(4,c,5)$.

a) [1 punto] Determina el valor del parámetro c para que las rectas r y s se corten en un punto.

b) [1 punto] Si $c=3$ calcula la ecuación general del plano Π que contiene a las dos rectas r y s .

c) [0,5 puntos] Halla el coseno del ángulo que forman las rectas r y s si $c=3$.