

Instrucciones:

a) Duración: 1 hora y 30 minutos.

b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**. Indica, en la primera hoja donde resuelves el examen, la opción elegida.

c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.

d) Contesta de forma razonada y escribe a bolígrafo (no a lápiz) ordenadamente y con letra clara. Las faltas de ortografía y la mala presentación pueden restar hasta un máximo de 2 puntos de la nota final (-0,25 por falta, borrón o tachón).

e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Opción A

Ejercicio 1.- Sea la función $f: (0, +\infty)$ y definida por $f(x) = \frac{1}{x} + \ln(x)$.

a) [1,5 puntos] Halla los extremos absolutos de $f(x)$ (abscisas donde se obtienen y valores que alcanzan) en el intervalo $[\frac{1}{e}, e]$.

b) [1 punto] Determina ecuación de la recta tangente y de la recta normal a la función en $x = e$.

Ejercicio 2.- Sean las funciones $f(x) = \sin(x)$ y $g(x) = \cos(x)$ definidas en $f, g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

a) [0,5 puntos] Realiza un esbozo de las gráficas de ambas funciones, sobre los mismos ejes, en el intervalo $[0, \frac{\pi}{2}]$.

b) [2 puntos] Calcula el área total de los recintos limitados por ambas gráficas y las rectas $x=0$ y $x = \frac{\pi}{2}$.

Ejercicio 3.- Sean $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ y $C = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$.

a) [1,5 puntos] Determina la matriz X que verifica $AXB = C^t$, siendo C^t la traspuesta de C .

b) [1 punto] Calcula los determinantes $|A|$ y $|(6B)^{-1}|$.

Ejercicio 4.- Sea el triángulo de vértices $A(-1, 1, 0)$, $B(0, -2, 3)$ y $C(2, 1, -1)$.

a) [1,5 puntos] Halla la ecuación del plano que contiene al triángulo.

b) [1 punto] Halla la ecuación general de la recta que une el punto medio del segmento \overline{AB} y el punto medio del segmento \overline{AC} .

Opción B

Ejercicio 1.- Sea la función definida por $f(x) = \frac{2x^2}{(x+1)(x-2)}$.

a) [1,5 puntos] Estudia el dominio, los puntos de corte con los ejes, las asíntotas, los intervalos de crecimiento y decrecimiento, y los extremos relativos.

b) [1 punto] Calcula el área encerrada por la función con el eje de abscisas y las rectas verticales $x=0$ y $x=1$.

Ejercicio 2.- a) [1,5 puntos] Sea la función $f(x) = x^2 \cdot \cos(x)$. Determina la primitiva de la función que pasa por el punto $(\pi, 0)$.

b) [1 punto] Calcula el límite $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 \cdot \cos(x)}{\operatorname{sen}(x)}$.

Ejercicio 3.- Dado el sistema de ecuaciones $f(x) = \begin{cases} kx + 2y = 3 \\ -x + 2kz = -1 \\ 3x - y - 7z = k + 1 \end{cases}$

a) [1,5 puntos] Estudiar las posibles soluciones según el valor de k .

b) [1 punto] Resolver para $k=1$.

Ejercicio 4.- a) [1,5 puntos] Hallar la ecuación del plano que contiene a la recta $r: x-2 = \frac{y-1}{3} = z+1$ y al punto $A(2,5,1)$.

b) [1 punto] Obtener los puntos de corte del plano $\Pi: x+2y+4z-4=0$ con los ejes cartesianos del espacio tridimensional.