

Instrucciones:

a) Duración: 50 minutos.

b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**. Indica, en la primera hoja donde resuelves el examen, la opción elegida.

c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.

d) Contesta de forma razonada y escribe a bolígrafo (no a lápiz) ordenadamente y con letra clara. Las faltas de ortografía y la mala presentación pueden restar hasta un máximo de 2 puntos de la nota final (-0,25 por falta, borrón o tachón).

e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Opción A

Ejercicio 1.- Considera el sistema de ecuaciones
$$\begin{cases} \lambda x + y - z = -1 \\ \lambda x + \lambda z = \lambda \\ x + y - \lambda z = 0 \end{cases}$$

a) [1,5 puntos] Discute el sistema según los valores de λ .

b) [1 punto] Resuelve el sistema para $\lambda=0$.

Ejercicio 2.- [2,5 puntos] Elimina los parámetros libres p, q del sistema
$$\begin{cases} y + z = 2p - q \\ -x - z = p + 3q \\ x + 2y - z = -7q + 1 \\ t = -q \end{cases}$$
.

Recuerda que eliminar parámetros libres implica obtener un sistema equivalente donde no aparezcan dichos parámetros.

Ejercicio 3.- [2,5 puntos] Calcula $\int \arccos(x) dx$ (ayuda: integrar por partes)

Ejercicio 4.- [2,5 puntos] Sabiendo que la ecuación de la circunferencia centrada en el origen y radio 1 tiene por ecuación $x^2 + y^2 = 1$, demostrar mediante integrales que el área encerrada por dicha circunferencia es igual a π unidades cuadradas.

Opción B

Ejercicio 1.- Sea el sistema
$$\begin{cases} \lambda x + 2y = 3 \\ -x + 2\lambda z = -1 \\ 3x - y - 7z = \lambda + 1 \end{cases} .$$

a) [2 puntos] Discute las posibles soluciones del sistema en función del parámetro λ .

b) [0,5 puntos] Resolver para $\lambda = 1$.

Ejercicio 2.- [2,5 puntos] Sea la matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{a} & \frac{1}{a} \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, con $a \neq 0$.

Hallar $B = A + A^2 + A^3 + \dots + A^n$. Recuerda que el término A^n debes demostrarlo por inducción matemática.

Ejercicio 3.- [2,5 puntos] Determina la función $f : (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$ sabiendo que $f''(x) = \ln(x)$ y que su gráfica tiene tangente horizontal en el punto $P(1, 2)$

Ejercicio 4.- [2,5 puntos] Calcula $\int \frac{-x^2}{x^2 + x - 2} dx$