

Instrucciones:

a) Duración: 1 hora y 10 minutos.

b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**. Indica, en la primera hoja donde resuelves el examen, la opción elegida.

c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.

d) Contesta de forma razonada y escribe a bolígrafo (no a lápiz) ordenadamente y con letra clara. Las faltas de ortografía y la mala presentación pueden restar hasta un máximo de 2 puntos de la nota final (-0,25 por falta, borrón o tachón).

e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Opción A

Ejercicio 1.- a) [1 punto] ¿Para qué valores de a no existe la inversa de $A = \begin{pmatrix} a & 2 & 3 \\ 4 & 1 & 5 \\ 0 & -1 & a \end{pmatrix}$?

b) [1,5 puntos] Resuelve $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$ aplicando, en tus operaciones, la inversa de alguna de las matrices que aparecen en la ecuación matricial.

Ejercicio 2.- [2,5 puntos] Elimina los parámetros libres p, q del sistema $\begin{cases} y+z=2p-q \\ -x-z=p+3q \\ x+2y-z=-7q+1 \\ t=-q \end{cases}$.

Recuerda que eliminar parámetros libres implica obtener un sistema equivalente donde no aparezcan dichos parámetros.

Ejercicio 3.- a) [1 punto] Calcula $\int \arccos(x) dx$ (ayuda: integrar por partes)

b) [1,5 puntos] Calcula $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{2+\cos(x)} dx$

Ejercicio 4.- a) [2,5 puntos] Sabiendo que la ecuación de la circunferencia centrada en el origen y radio r tiene por ecuación $x^2+y^2=r^2$, demostrar mediante integrales que el área encerrada por dicha circunferencia es igual a πr^2 unidades cuadradas.

Opción B

Ejercicio 1.- Sea el sistema
$$\begin{cases} \lambda x + 2y = 3 \\ -x + 2\lambda z = -1 \\ 3x - y - 7z = \lambda + 1 \end{cases} .$$

a) [2 puntos] Discute las posibles soluciones del sistema en función del parámetro λ .

b) [0,5 puntos] Resolver para $\lambda = 1$.

Ejercicio 2.- [2,5 puntos] Sea la matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{a} & \frac{1}{a} \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, con $a \neq 0$.

Hallar $B = A + A^2 + A^3 + \dots + A^n$. Recuerda que el término A^n debes demostrarlo por inducción matemática.

Ejercicio 3.- a) [1 punto] Calcula $\int \frac{x^2+1}{x^2(x-1)} dx$

b) [1,5 puntos] Calcula $\int \frac{1}{1+\operatorname{tg}(x)} dx$

Ejercicio 4.- [2,5 puntos] Representa sobre los mismos ejes coordenados las funciones $f(x) = \sqrt{x}$, $g(x) = x^2$ y $h(x) = \frac{1}{2}x + \frac{1}{4}$, indicando los puntos de corte entre las distintas funciones. Obtener el área encerrada por la gráfica de las tres funciones en el primer cuadrante.