

**Instrucciones:**

**a) Duración:** 50 minutos.

**b)** Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**. Indica, en la primera hoja donde resuelves el examen, la opción elegida.

**c)** La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.

**d)** Contesta de forma razonada y escribe a bolígrafo (no a lápiz) ordenadamente y con letra clara. Las faltas de ortografía y la mala presentación pueden restar hasta un máximo de 2 puntos de la nota final (-0,25 por falta, borrón o tachón).

**e)** Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

**Opción A**

**Ejercicio 1.- a) [1,5 puntos]**  $\int \frac{2-x}{x^3-1} dx$

**b) [1 punto]**  $\int \operatorname{arctg}(x) dx$  (ayuda: integrar por partes)

**Ejercicio 2.- [2,5 puntos]**  $\int \frac{\operatorname{sen}(x)}{1-\cos^3(x)} dx$  (ayuda: la integral es impar en seno)

**Ejercicio 3.- [2,5 puntos]** Resuelve el siguiente sistema cuando sea compatible (es decir, compatible determinado y compatible indeterminado).

$$\begin{cases} \lambda x + 2y = 3 \\ -x + 2\lambda z = -1 \\ 3x - y - 7z = \lambda + 1 \end{cases}$$

**Ejercicio 4.- a) [1 punto]** Sea  $A = \begin{pmatrix} 1 & a & b \\ 0 & 1 & a \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ . Demostrar por inducción matemática  $A^n$ .

**b) [1,5 puntos]** ¿Para qué valores de  $a$  existe la inversa de  $A = \begin{pmatrix} 2a+2 & 3 & a \\ 4a-1 & a+1 & 2a-1 \\ 5a-4 & a+1 & 3a-4 \end{pmatrix}$  ?

**Opción B**

**Ejercicio 1.- a) [1 punto]**  $\int_1^2 \frac{3-x^2+x^4}{x^3} dx$

**b) [1,5 puntos]**  $\int x^2 \ln(x) dx$

**Ejercicio 2.- [2,5 puntos]**  $\int \frac{2x^2+5x-1}{x^3+x^2-2x} dx$

**Ejercicio 3.-** Sean  $A = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$  y  $B = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ .

**a) [1 punto]** Estudia, según los valores de  $k$ , el rango de la matriz resultante de operar  $AB^t + kI$ , donde  $B^t$  es la matriz traspuesta de  $B$  e  $I$  es la matriz identidad de orden 3.

**b) [1,5 puntos]** Calcula la matriz  $X$  que verifica  $AB^t X - X = 2B$ .

**Ejercicio 4.- [1,5 puntos]** Sean las matrices  $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$  y  $B = \begin{pmatrix} a & b \\ 1 & c \end{pmatrix}$ . Hallar todos los valores de  $a, b$  y  $c$  que permiten que ambas matrices conmuten.

**b) [1 punto]** Encontrar las matrices  $X$  e  $Y$ , cuadradas de orden 2, que verifican:

$$\begin{cases} 2 \cdot X + 3 \cdot Y = \begin{pmatrix} 5 & 7 \\ 2 & 9 \end{pmatrix} \\ X - Y = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} \end{cases}$$