

Instrucciones:

a) Duración: 50 minutos.

b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**. Indica, en la primera hoja donde resuelves el examen, la opción elegida.

c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.

d) Contesta de forma razonada y escribe a bolígrafo (no a lápiz) ordenadamente y con letra clara. Las faltas de ortografía y la mala presentación pueden restar hasta un máximo de 2 puntos de la nota final (-0,25 por falta, borrón o tachón).

e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Opción A

Ejercicio 1.- a) [1,5 puntos] $\int \frac{2-x}{x^3-1} dx$

b) [1 punto] $\int \operatorname{arctg}(x) dx$ (ayuda: integrar por partes)

Ejercicio 2.- [2,5 puntos] $\int \frac{\operatorname{sen}(x)}{1-\cos^3(x)} dx$ (ayuda: la integral es impar en seno)

Ejercicio 3.- [2,5 puntos] Resuelve el siguiente sistema cuando sea compatible (es decir, compatible determinado y compatible indeterminado).

$$\begin{cases} \lambda x + 2y = 3 \\ -x + 2\lambda z = -1 \\ 3x - y - 7z = \lambda + 1 \end{cases}$$

Ejercicio 4.- a) [1 punto] Sea $A = \begin{pmatrix} 1 & a & b \\ 0 & 1 & a \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$. Demostrar por inducción matemática A^n .

b) [1,5 puntos] ¿Para qué valores de a existe la inversa de $A = \begin{pmatrix} 2a+2 & 3 & a \\ 4a-1 & a+1 & 2a-1 \\ 5a-4 & a+1 & 3a-4 \end{pmatrix}$?

Opción B

Ejercicio 1.- a) [1 punto] $\int_1^2 \frac{3-x^2+x^4}{x^3} dx$

b) [1,5 puntos] $\int x^2 \ln(x) dx$

Ejercicio 2.- [2,5 puntos] $\int \frac{2x^2+5x-1}{x^3+x^2-2x} dx$

Ejercicio 3.- Sean $A = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$.

a) [1 punto] Estudia, según los valores de k , el rango de la matriz resultante de operar $AB^t + kI$, donde B^t es la matriz traspuesta de B e I es la matriz identidad de orden 3.

b) [1,5 puntos] Calcula la matriz X que verifica $AB^t X - X = 2B$.

Ejercicio 4.- [1,5 puntos] Sean las matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} a & b \\ 1 & c \end{pmatrix}$. Hallar todos los valores de a, b y c que permiten que ambas matrices conmuten.

b) [1 punto] Encontrar las matrices X e Y , cuadradas de orden 2, que verifican:

$$\begin{cases} 2 \cdot X + 3 \cdot Y = \begin{pmatrix} 5 & 7 \\ 2 & 9 \end{pmatrix} \\ X - Y = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} \end{cases}$$