

Instrucciones:

a) Duración: 1 hora y 10 minutos.

b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**. Indica, en la primera hoja donde resuelves el examen, la opción elegida.

c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.

d) Contesta de forma razonada y escribe a bolígrafo (no a lápiz) ordenadamente y con letra clara. Las faltas de ortografía y la mala presentación pueden restar hasta un máximo de 2 puntos de la nota final (-0,25 por falta, borrón o tachón).

e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Opción A

Ejercicio 1.- Sea la matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$. Calcula:

a) [1 punto] A^{-1} **b) [1,5 puntos]** Resolver $A \cdot \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 1 & 4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 21 \\ 24 \end{pmatrix}$ (obtener valores x, y)

Ejercicio 2.- Sean $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$, $C = (1 \ 1 \ 2)$. Calcula:

a) [1 punto] A^n (matriz A elevada a la n-ésima potencia).

b) [1,5 puntos] Operar y obtener $A^2 - B \cdot C$.

Ejercicio 3.- a) [1 punto] $\int_{-10}^{-1} \frac{e^x}{\sqrt{1-e^x}} dx$

b) [1,5 puntos] $\int \frac{1}{1-e^x} dx$ (ayuda: admite el cambio de variable $e^x = t$)

Ejercicio 4.- a) [1 punto] Calcula el área encerrada por la función $f(x) = \sin(x)$, el eje OX y las rectas verticales $x=0$, $x=\pi$.

b) [1,5 puntos] $\int \ln(x) dx$

Opción B

Ejercicio 1.- [2,5 puntos] Una matriz es ortogonal si su inversa coincide con su traspuesta. Comprobar si es ortogonal la matriz A .

$$A = \begin{pmatrix} \frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{-1}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \end{pmatrix}$$

Ejercicio 2.- a) [1,5 puntos] Para qué valores de a no admite inversa la matriz $A = \begin{pmatrix} 4 & 1 & 4 \\ 0 & a & 3 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

b) [1 punto] Resuelve: $X \cdot \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$

Ejercicio 3.- a) [1 punto] $\int_{-1}^2 \frac{x}{x+5} dx$

b) [1,5 puntos] $\int x^2 \cdot e^x dx$ (ayuda: puedes aplicar el método de integración por partes)

Ejercicio 4.- a) [1 punto] Calcula el área encerrada por la función $f(x) = x^2 + 1$, el eje OX y las rectas verticales $x = 0$, $x = 4$.

b) [1,5 puntos] $\int \arccos(x) dx$