

Actividad con Geogebra

Rango de una matriz

Instrucción de la actividad

Esta actividad se realiza con Geogebra. El resultado final debe ser **un único archivo pdf con las imágenes de las soluciones de cada uno de los ejercicios propuestos**, que debes **enviar por email** antes de finalizar la hora de clase.

Ejercicio 1. Tres vectores en tres dimensiones linealmente dependientes

El rango de una matriz coincide con el número de vectores linealmente independientes que la forman.

Si tenemos tres vectores en tres dimensiones con rango 1 ó 2, significa que estos vectores están contenidos en el mismo plano y por lo tanto son dependientes entre sí.

Pintamos en la vista en 3 dimensiones los puntos $O(0,0,0)$, $A(4,0,0)$, $B(3,0,2)$ y $C(0,0,2)$.

Generemos los vectores \vec{OA} , \vec{OB} , \vec{OC} con ayuda del comando *Vector* de Geogebra.

Generamos el plano que pasa por los puntos O, A y B con ayuda del comando *Plano* de Geogebra.

Si rotas la vista en 3 dimensiones, comprobarás que los tres vectores están en el mismo plano. Por lo tanto son linealmente dependientes. Si los tres vectores forman una matriz cuadrada de orden 3, dicha matriz no admitirá inversa por ser su rango distinto de 3.

Exporta el archivo como una imagen que muestre los tres vectores contenidos en el mismo plano.

Ejercicio 2. Tres vectores en tres dimensiones linealmente independientes

Siguiendo con los datos del ejercicio anterior, vamos a modificar únicamente el punto C. Ahora vamos a darle coordenadas $C(3,-4,1)$.

Comprueba ahora que los tres vectores no están contenidos en el mismo plano. Son linealmente independientes. Su matriz asociada ahora sí admitiría inversa, por ser de rango 3.

Exporta el archivo como una imagen que muestre los tres vectores y el plano que contiene solo a dos de ellos.

Ejercicio 3. Estudiar rango de una matriz en función de un parámetro.

Sea la matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & 0 \\ 5 & 3 & k \end{pmatrix}$. Vamos a estudiar su rango en función del parámetro k .

Para ello vamos a pintar en Geogebra los tres vectores filas que forman la matriz:

$$\vec{u} = (1, 1, -1)$$

$$\vec{v} = (2, 1, 0)$$

$$\vec{w} = (5, 3, k)$$

Por defecto, Geogebra entenderá el valor k como un deslizador. Recuerda que el deslizador se ve en la vista gráfica en 2 dimensiones. Geogebra no deja visualizarlo en la vista tridimensional.

Vamos a modificar el deslizador para que tome valores entre -5 y 5 , con un incremento de 1 .

¿Para qué valor de k el rango de la matriz es distinto de 3? Es decir, ¿para qué valor de k los tres vectores están contenidos en el mismo plano, y por lo tanto son linealmente dependientes?

Exporta el archivo como una imagen que muestre los tres vectores contenidos en un mismo plano, según el valor requerido para k .