

## Problemas – Tema 6

### Solución a problemas de Sistemas de ecuaciones - Hoja 10 - Problemas 4

#### Hoja 10. Problema 4

#### Resuelto por María Moreno Lemos (febrero 2015)

4. Discute la solución en función del parámetro  $\lambda$ .

$$\begin{cases} x+y+z=\lambda \\ x-y+\lambda z=1 \\ 2x+\lambda y+z=\lambda \end{cases}$$

$$\left( \begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & \lambda \\ 1 & -1 & \lambda & 1 \\ 2 & \lambda & 1 & \lambda \end{array} \right) \rightarrow F'_2 = F_2 - F_1 \rightarrow \left( \begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & \lambda \\ 0 & -2 & \lambda-1 & 1-\lambda \\ 2 & \lambda & 1 & \lambda \end{array} \right) \rightarrow$$

$$\rightarrow F'_3 = F_3 - 2F_1 \rightarrow \left( \begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & \lambda \\ 0 & -2 & \lambda-1 & 1-\lambda \\ 0 & \lambda-2 & -1 & -\lambda \end{array} \right) \rightarrow F'_3 = (-2)F_3 - (\lambda-2)F_2 \rightarrow$$

$$\rightarrow \left( \begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & \lambda \\ 0 & -2 & \lambda-1 & 1-\lambda \\ 0 & 0 & 2-(\lambda-2)(\lambda-1) & 2\lambda - (\lambda-2)(1-\lambda) \end{array} \right)$$

Discutimos los siguientes casos:

$$2-(\lambda-2)(\lambda-1)=0 \rightarrow 2-(\lambda^2-\lambda-2\lambda+2)=0 \rightarrow -\lambda^2+3\lambda=0 \rightarrow \lambda=0, \lambda=3$$

$$\text{Si } \lambda=0 \rightarrow \left( \begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & -2 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{array} \right) \rightarrow \text{Absurdo en tercera ecuación} \rightarrow \text{Sistema Incompatible}$$

$$\text{Si } \lambda=3 \rightarrow \left( \begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 3 \\ 0 & -2 & 2 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 8 \end{array} \right) \rightarrow \text{Absurdo en tercera ecuación} \rightarrow \text{Sistema Incompatible}$$

Para el resto de valores del parámetro  $\lambda$  siempre tendremos un sistema triangular de 3 ecuaciones con 3 incógnitas, con ninguna ecuación con absurdo matemático y con

ninguna ecuación con todos los términos nulos. Por lo tanto, para  $\lambda \neq 0$  ,  $\lambda \neq 3$  →  
Sistema Compatible Determinado