

Instrucciones:

a) Duración: 50 minutos.

b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**. Indica, en la primera hoja donde resuelves el examen, la opción elegida.

c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.

d) Contesta de forma razonada y escribe a bolígrafo (no a lápiz) ordenadamente y con letra clara. Las faltas de ortografía y la mala presentación pueden restar hasta un máximo de 2 puntos de la nota final (-0,25 por falta, borrón o tachón).

e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Opción A

Ejercicio 1.- [2,5 puntos] Sea $A = \begin{pmatrix} -1 & -1 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ y $C = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$. Obtener la matriz X que verifica la ecuación matricial $A^2 X + B = C$.

Ejercicio 2.- Sabemos que el coste de 3 lápices, 1 rotulador y 2 carpetas es de 15€, mientras que el de 2 lápices, 4 rotuladores y 1 carpeta es de 20€.

a) [1,5 puntos] Sabiendo que 1 lápiz y 7 rotuladores cuestan 25€, ¿podemos deducir el precio de cada uno de los artículos? Razona tu respuesta.

b) [1 punto] Si por el precio de una carpeta se pueden comprar 10 lápices, ¿cuánto cuesta cada uno de los artículos?

Ejercicio 3.- Sea $A = \begin{pmatrix} 1 & \lambda & 0 \\ 1 & 1 & 2 \\ 0 & -1 & -1 \end{pmatrix}$.

a) [1 punto] ¿Para qué valores de λ existe A^{-1} ?

b) [1,5 puntos] Obtener la inversa de A si $\lambda = 4$.

Ejercicio 4.- a) [1 punto] Sea $B = \begin{pmatrix} -3 & 3 & 2 \\ -8 & 7 & 4 \\ 8 & -6 & -3 \end{pmatrix}$. Calcular B^2 , B^3 y B^4 .

b) [1,5 puntos] Sea $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -3 & 2 \end{pmatrix}$. Encontrar la matriz B que conmute con A .

Opción B

Ejercicio 1.- Sea el sistema de ecuaciones lineales de 3 ecuaciones y 2 incógnitas

$$\begin{cases} (3\alpha - 1)x + 2y = 5 - \alpha \\ \alpha x + y = 2 \\ 3\alpha x + 3y = \alpha + 5 \end{cases} .$$

a) [1,5 puntos] Discute las soluciones según los valores del parámetro α .

b) [1 punto] Resuélvelo para $\alpha = 1$.

Ejercicio 2.- Considera $A = \begin{pmatrix} -2 & -2 & 0 \\ -2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix}$ y $X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$.

a) [1,5 puntos] Determina los valores de λ para los que la matriz $A + \lambda I$ no tiene inversa (I es la matriz identidad).

b) [1 punto] Resuelve $AX = -3X$. Determina, si existe, alguna solución con $x = 1$.

Ejercicio 3.- a) [0,5 puntos] Sean A y B dos matrices cuadradas del mismo orden. ¿Es cierta la igualdad $(A+B)^2 = A^2 + B^2 + 2 \cdot A \cdot B$? Justificar la respuesta.

b) [2 puntos] ¿Qué es el rango de una matriz? Estudiar el rango de $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ a & 1 & a-1 \\ 1 & a & 1 \end{pmatrix}$ en función del parámetro a .

Ejercicio 4.- Sea $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \\ 1 & -2 & 3 \end{pmatrix}$.

a) [0,5 puntos] Calcular $A \cdot A^t$.

b) [2 puntos] Obtener A^{-1} .