

Solicitud de espectrómetro al Parque de las Ciencias de Granada. Proyecto de Modelado de espectros luminosos con Geogebra y cálculo integral

Presentación del proyecto y justificación

Centro: Colegio Marista “La Inmaculada” de Granada.

C/ Sócrates 8 – 18002 (Granada)

Teléfono: 958 28 32 11

Título del proyecto: Modelado de espectros luminosos con Geogebra y cálculo integral

Curso: 2ºBachillerato Ciencias. 57 alumnos (Sanitario y Tecnológico)

Asignatura: Matemáticas II

Profesor responsable: Daniel Partal García – danipartal@gmail.com

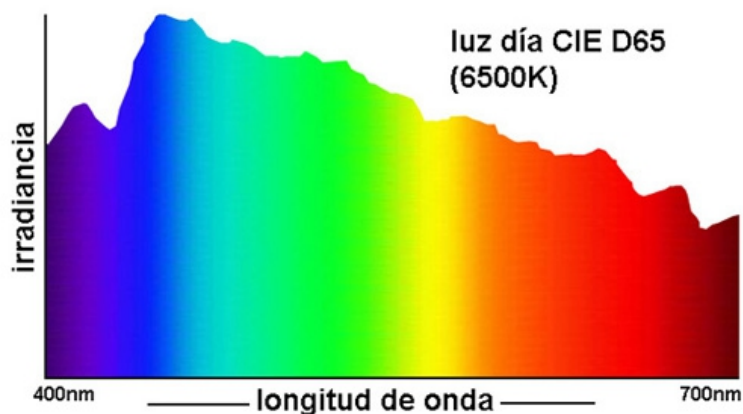
¿Qué instrumento solicita al Parque de las Ciencias de Granada? Espectrómetro y Labquest de Vernier (programa Experimenta)

Fechas de uso del instrumento: Del lunes 6 de febrero al viernes 17 de febrero de 2017

Breve descripción del proyecto

La curva de radiación espectral de cualquier iluminante genera una gráfica característica. El área encerrada por la curva de radiación, para distintas frecuencias, está relacionada con la energía lumínica. Y ese área podemos estimarla con programas de modelado matemático (Geogebra) y con la teoría del cálculo integral.

Imagen tomada de <http://www.quantotec.com/sp/Colorimetria.htm>



El contenido clave del proyecto es la **toma de intensidades espectrales para distintos iluminantes**, con ayuda del espectrómetro Vernier proporcionado por el Parque de las Ciencias, para su posterior modelado por parte de los alumnos de 2ºBachillerato Ciencias mediante Geogebra e integrales.

Además, al estudiar la gráfica dentro del intervalo visible podremos estimar la sensación de color del iluminante al llegar al ojo. Esta sensación de color se verá afectada si la radiación luminosa es reflejada por un objeto. La luz reflejada será consecuencia del iluminante y de las propiedades ópticas del objeto.

Justificación curricular

Curso: 2ºBachillerato

Asignatura: Matemáticas II

Tiempo: 3 horas

Competencias:

- Competencia matemática y científica. Aplicación de conocimientos matemáticos a una situación real de otra disciplina científica
- Competencia aprender a aprender. Elaboración de conclusiones a partir de los datos obtenidos en un proyecto científico.
- Competencia digital. Uso de programas de modelado matemático.

Objetivos curriculares:

- Conocer, comprender y aplicar los conceptos, procedimientos y estrategias matemáticos a situaciones diversas que permitan avanzar en el estudio y conocimiento de las distintas áreas del saber, ya sea en el de las propias Matemáticas como de otras Ciencias, así como aplicación en la resolución de problemas de la vida cotidiana y de otros ámbitos.
- Utilizar los recursos y medios tecnológicos actuales para la resolución de problemas y para facilitar la comprensión de distintas situaciones dado su potencial para el cálculo y representación gráfica.

Contenidos curriculares:

- Práctica de los procesos de matematización y modelización, en contextos de la realidad y en contextos matemáticos.
- Elaboración y creación de representaciones gráficas de datos numéricos.
- Diseño de simulaciones y la elaboración de predicciones sobre situaciones matemáticas diversas.
- La integral definida. Propiedades. Teoremas del valor medio y fundamental del cálculo integral. Regla de Barrow. Aplicación al cálculo de áreas de regiones planas.

Criterios de evaluación curriculares:

- Valorar la modelización matemática como un recurso para resolver problemas de la realidad cotidiana, evaluando la eficacia y limitaciones de los modelos utilizados o construidos.
- Aplicar el cálculo de integrales definidas para calcular áreas de regiones planas .

Metodología

El proyecto parte de una **visión experimental** y práctica del proceso de enseñanza-aprendizaje. Realizamos medidas y trabajamos sobre los resultados obtenidos, **elaborando hipótesis** que se confirmarán o refutarán según los resultados experimentales.

Este trabajo se realiza tanto de forma individual como en **pequeño grupo**, donde compartir los avances de

cada miembro. El uso de un **programa de modelado matemático** permite que los resultados evaluables de los alumnos se expresen en formato multimedia, potenciando la **verbalización de contenidos científicos** por parte del alumno en la exposición de las conclusiones del proyecto.

Temporalización

Sesión 1. Presentación del proyecto (30 minutos)

Sesión 2. Toma de medidas (30 minutos)

Sesión 3. Volcado de datos en los ordenadores (15 minutos)

Sesión 4. Modelado con Geogebra (45 minutos)

Sesión 5. Cálculo manual de integrales definidas (30 minutos)

Sesión 6. Elaboración de conclusiones y ceación de informe técnico (45 minutos)

Actividades de evaluación, estándares de aprendizaje, rúbricas de calificación y competencias evaluadas

Informe técnico con las conclusiones finales del proyecto

Estándares de aprendizaje:

- Registra observaciones, datos y resultados de manera organizada y rigurosa, y los comunica de forma oral y escrita utilizando esquemas, gráficos, tablas y expresiones matemáticas.
- Selecciona, comprende e interpreta información relevante en un texto de divulgación científica y transmite las conclusiones obtenidas utilizando el lenguaje oral y escrito con propiedad.
- Aplica conocimientos matemáticos para confirmar o refutar hipótesis.

Rúbricas de calificación:

- Orden, claridad y elegancia del informe (0-2 puntos).
- Correcta representación con Geogebra de los valores experimentales espectrales para los distintos iluminantes (0-2 puntos).
- Modelado de los valores experimentales a funciones continuas (0-2 puntos).
- Cálculo de áreas con Geogebra (0-2 puntos)
- Cálculo manual de integrales definidas (0-2 puntos).

Competencias evaluadas:

- Competencia matemática y científica
- Competencia aprender a aprender
- Competencia digital

Tipo de calificación: Grupal (3-4 alumnos)

Sesiones

Sesión 1. Presentación del proyecto

Tiempo: 30 minutos

Agrupación: En clase (todo el grupo)

Materiales: Ordenador y proyector

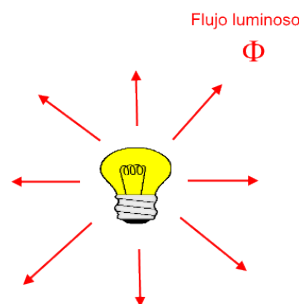
Desarrollo: La luz es un tipo de radiación electromagnética. Si la fuente radia parte de su energía en el intervalo $[350 \text{ nm}, 750 \text{ nm}]$ de las longitudes de onda, esta radiación será visible por el ojo en forma de luz (que va desde el violeta al rojo). Recuerda que $1 \text{ nm} = 10^{-9} \text{ m}$. Por debajo de 350 nm tenemos radiación ultravioleta. Por encima de 750 nm tenemos radiación infrarroja.

La ecuación de Planck $E = h \cdot \nu$ afirma que la energía radiactiva E es directamente proporcional a la frecuencia ν . A mayor frecuencia, mayor energía. Recuerda que la frecuencia y la longitud de onda son inversamente proporcionales y se relacionan con la velocidad de la luz a través de la ecuación $c = \lambda \nu$.

La cantidad de luz que emite una fuente en un determinado tiempo se denomina **flujo luminoso** (Φ). Este flujo luminoso **es una potencia** (energía por unidad tiempo), por lo que su unidad es el **watio** (W) en el Sistema Internacional. A más watios, más energía por unidad de tiempo. A menos watios, menos energía por unidad de tiempo.

$$Pot = \frac{E}{t} \rightarrow \Phi = \frac{E}{t} \rightarrow \text{unidad } \frac{W}{s}$$

Imagen tomada de <https://www.comparalux.es/www/apuntes/magnitudesFundamentales.php>



Si la fuente emite en todas las direcciones del espacio, el flujo luminoso tendrá simetría esférica (forma una esfera de luz alrededor de la fuente, como el Sol en el espacio). Si nos quedamos con el flujo luminoso en una única dirección tendremos la **intensidad luminosa radiante** I_{sr} .

¿Cómo elegir una única dirección? Con el concepto de ángulo sólido, que es el ángulo en tres dimensiones que forma un cono luminoso que nace de la fuente.

La unidad del ángulo sólido es el estereoradián (sr). Una esfera tiene 4π estereoradianes de ángulo sólido. Un estereoradián en una esfera de radio r abarca un área r^2 de la superficie de la esfera.

$$I_{sr} = \frac{\Phi}{\text{ángulo sólido}} \rightarrow I_{sr} = \frac{E}{(\text{tiempo}) \cdot (\text{ángulo sólido})}$$

Unidad de la intensidad radiante $I_{sr} \rightarrow \frac{W}{sr} \rightarrow$ Potencia por unidad de ángulo sólido

Otra forma de definir la intensidad es con el flujo luminoso que atraviesa un metro cuadrado de superficie perpendicular a la dirección de emisión de la fuente. Es lo que se conoce como **irradiancia** I_{m^2} . La superficie exterior de una esfera de radio r es igual a $4\pi r^2$.

$$I_{m^2} = \frac{\Phi}{\text{metro cuadrado de superficie}} \rightarrow I_{m^2} = \frac{E}{(\text{tiempo}) \cdot (\text{metro cuadrado de superficie})}$$

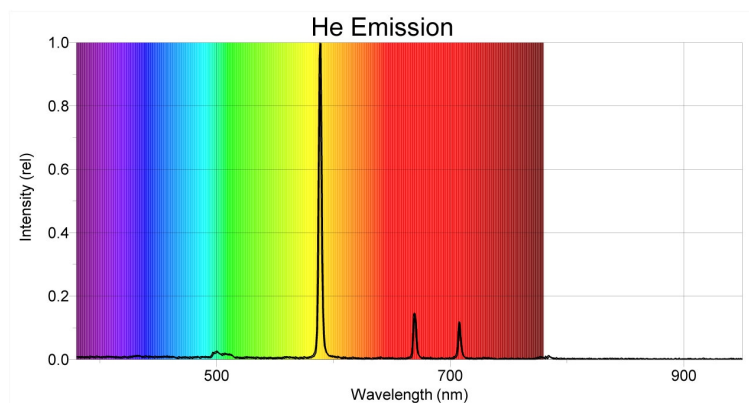
Unidad la irradiancia $I_{m^2} \rightarrow \frac{W}{m^2} \rightarrow$ Potencia por unidad de metro cuadrado

Consecuencia: **a mayor intensidad luminosa radiante I_{sr} o a mayor irradiancia I_{m^2} , mayor energía de la fuente por unidad de tiempo y ángulo sólido, o por unidad de tiempo y superficie.**

Esta intensidad es la que vamos a obtener gracias al espectrómetro Vernier, en un intervalo amplio de longitudes de onda λ . El espectrómetro nos ofrece una medida discreta, es decir, tomada cada un intervalo fijo de longitudes de onda. En Geogebra volcaremos la tabla de parejas de valores (λ, I) que genera el espectrómetro para distintos iluminantes, y modelaremos los valores discretos a una función continua $I(\lambda)$ que los aproxime. **La intensidad total de la fuente en el espectro visible será igual a la integral definida de la función $I(\lambda)$.**

$$I = \int_{350nm}^{750nm} I(\lambda) d\lambda$$

Imagen obtenida de <http://www.vernier-iberica.com/spectrometro.html>



Culturilla general: el ojo humano responde de diferente manera para distintas longitudes de onda, siendo especialmente sensible en luz verde (555 nm) y poco sensible, por ejemplo, en luz roja. Por eso se habla de “sensación luminosa” del ojo, que no tiene por qué coincidir con una mayor o menor intensidad de la fuente.

Sesión 2. Toma de medidas

Tiempo: 30 minutos

Agrupación: En clase y en el patio (todo el grupo)

Materiales: Espectrómetro y diferentes iluminantes

Desarrollo: Toma de medidas para luz solar, luz fluorescente y bombilla. Aplicamos los iluminantes sobre distintas superficies y observamos la variación de las curvas espectrales.

Sesión 3. Volcado de datos en el ordenador

Tiempo: 15 minutos

Agrupación: En la sala de informática (3-4 alumnos por grupo de trabajo)

Materiales: Un ordenador por alumno

Desarrollo: Pasamos del Labquest al ordenador, mediante el Software del espectrómetro, las tablas de datos. El profesor las comparte con los alumnos, que trabajan en sus ordenadores.

Sesión 4. Modelado con Geogebra

Tiempo: 45 minutos

Agrupación: En la sala de informática (3-4 alumnos por grupo de trabajo)

Materiales: Un ordenador por alumno

Desarrollo: Cada medida experimental se plasma en una hoja de cálculo de Geogebra y se muestra en una vista gráfica independiente. Cada grupo debe generar un archivo con extensión Geogebra con el ploteado discreto de cada medida.

Para cada medida experimental crear con Geogebra un polígono que aproxime, lo mejor posible, la forma de todas las parejas de puntos con el eje horizontal en el espectro visible $[350\text{ nm}, 750\text{ nm}]$. Calcular el área encerrada por el polígono.

Aproximar la forma de la gráfica de cada medida con una función continua (exponencial, polinomio, etc.). Usar una única función por cada medida. Realizar con Geogebra la integral definida de cada función en el espectro visible. Comparar el área obtenida con el área del polígono.

Sesión 5. Cálculo manual de integrales definidas

Tiempo: 45 minutos

Agrupación: En la sala de informática (3-4 alumnos por grupo de trabajo)

Materiales: Un ordenador por alumno

Desarrollo: Realizar a mano la integral definida en el espectro visible de cada una de las funciones modeladas con Geogebra. Comparar el área obtenida con las dos áreas obtenidas anteriormente con Geogebra.

Sesión 6. Cálculo de conclusiones y creación de informe técnico

Tiempo: 45 minutos

Agrupación: En la sala de informática (3-4 alumnos por grupo de trabajo)

Materiales: Un ordenador por alumno

Desarrollo: Cada grupo redacta un informe técnico a ordenador, que resuma el proyecto. El informe debe contener los siguientes puntos:

- Portada
- Breve descripción del proyecto
- Gráfica con las parejas de valores de cada medida (gráfica discreta)
- Área poligonal de Geogebra
- Función continua con el que Geogebra aproxima cada gráfica
- Área de la función con Geogebra
- Resolución manual de las integrales definidas de cada función en el espectro visible
- Comparación de los valores de las dos áreas
- Conclusión

Colegio Marista “La Inmaculada” de Granada

Proyecto matemático para 2ºBachillerato

Solicitud de espectrómetro al Parque de las Ciencias de Granada. Proyecto de Modelado de espectros luminosos con Geogebra y cálculo integral

página 8/8

■ Memoria tras la realización del proyecto con los alumnos

A completar tras la realización del proyecto.