

Problemas – Tema 5

Solución a problemas de Integrales - Hoja 21 - Problemas 8

Hoja 21. Problema 8

8. Calcula $\int_0^1 (x^2+x+1)e^{-x} dx$.

En primer lugar resolvemos la siguiente integral indefinida $\rightarrow \int (x^2+x+1)e^{-x} dx$
Integramos por partes.

$$u = x^2 + x + 1 \rightarrow du = (2x + 1) dx$$

$$dv = e^{-x} dx \rightarrow v = -e^{-x}$$

$$I = -(x^2 + x + 1)e^{-x} + \int (2x + 1)e^{-x} dx$$

Integramos nuevamente por partes.

$$u = 2x + 1 \rightarrow du = 2 dx$$

$$dv = e^{-x} dx \rightarrow v = -e^{-x}$$

$$I = -(x^2 + x + 1)e^{-x} - (2x + 1)e^{-x} + \int 2e^{-x} dx \rightarrow I = -(x^2 + x + 1)e^{-x} - (2x + 1)e^{-x} - 2e^{-x} + C$$

Operamos para simplificar la solución final.

$$I = -(x^2 + x + 1 + 2x + 1 + 2)e^{-x} + C \rightarrow I = -(x^2 + 3x + 4)e^{-x} + C$$

Retomamos la integral definida de partida.

$$\int_0^1 (x^2 + x + 1)e^{-x} dx = [-(x^2 + 3x + 4)e^{-x}]_0^1 = \frac{-8}{e} + 4 = \frac{-8 + 4e}{e}$$