

Problemas – Tema 5

Solución a problemas de Integrales - Hoja 12 - Problemas 1

Hoja 12. Problema 1

Resuelto por María Moreno Lemos (febrero 2015)

1. Calcula las siguientes integrales indefinidas aplicando el método de integración por partes:

a) $\int x^2 \cdot \cos x \, dx$

$$u = x^2 \rightarrow \text{diferenciamos} \rightarrow du = 2x \cdot dx$$

$$dv = \cos(x) \cdot dx \rightarrow \text{integramos} \rightarrow v = \text{sen}(x)$$

Integramos por partes: $I = \int u \, dv = uv - \int v \, du$

$$I = x^2 \cdot \text{sen}x - \int \text{sen}(x) \cdot 2x \, dx$$

$$u = 2x \rightarrow \text{diferenciamos} \rightarrow du = 2 \, dx$$

$$dv = \text{sen}(x) \cdot dx \rightarrow \text{integramos} \rightarrow v = -\cos(x)$$

$$I = x^2 \cdot \text{sen}x + 2x \cdot \cos x + \int (-\cos x) \cdot 2 \, dx = x^2 \cdot \text{sen}x + 2x \cdot \cos x - 2 \cdot \text{sen}(x) + C$$

$$I = (x^2 - 2) \text{sen}x + 2x \cdot \cos x + C$$

b) $\int x \cdot e^x \, dx$

$$u = x \rightarrow \text{diferenciamos} \rightarrow du = dx$$

$$dv = e^x \, dx \rightarrow \text{integramos} \rightarrow v = e^x$$

$$I = x \cdot e^x - \int e^x \, dx = x \cdot e^x - e^x + C = (x - 1)e^x + C$$

$$c) \int \frac{x}{\cos^2 x} dx$$

$$u = x \rightarrow \text{diferenciamos} \rightarrow du = dx$$

$$dv = \frac{1}{\cos^2(x)} dx \rightarrow \text{integramos} \rightarrow v = \text{tg}(x)$$

$$I = x \cdot \text{tg}(x) - \int \text{tg}(x) dx = x \cdot \text{tg}(x) + \ln |\cos(x)| + C$$

Donde hemos utilizado el valor de la siguiente integral:

$$\int \text{tg}x dx = \int -\left(\frac{-\text{sen}x}{\text{cos}x}\right) dx = -\ln |\cos(x)|$$