

Instrucciones:

a) Duración: 50 minutos.

b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**. Indica, en la primera hoja donde resuelves el examen, la opción elegida.

c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.

d) Contesta de forma razonada y escribe a bolígrafo (no a lápiz) ordenadamente y con letra clara. Las faltas de ortografía y la mala presentación pueden restar hasta un máximo de 2 puntos de la nota final (-0,25 por falta, borrón o tachón).

e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Opción A

Ejercicio 1.- a) [1,5 puntos] Calcula $\int x \cdot \operatorname{sen}(2x) dx$

b) [1 punto] Calcula $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{x}{\cos^2(x)} dx$ (sugerencia: integración por partes).

Ejercicio 2.- [2,5 puntos] Resuelve $\int \frac{-x^2}{x^2+x-2} dx$

Ejercicio 3.- [2,5 puntos] Determina la función $f:(0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$ sabiendo que $f''(x) = \ln(x)$ y que su gráfica tiene tangente horizontal en el punto $P(1,2)$ (\ln denota la función logaritmo neperiano).

Ejercicio 4.- Sean las funciones $f(x) = \operatorname{sen}(x)$ y $g(x) = \cos(x)$ definidas en $f, g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

a) [0,5 puntos] Realiza un esbozo de las gráficas de ambas funciones, sobre los mismos ejes, en el intervalo $[0, \frac{\pi}{2}]$.

b) [2 puntos] Calcula el área total de los recintos limitados por ambas gráficas y las rectas $x=0$ y $x=\frac{\pi}{2}$.

Opción B

Ejercicio 1.- [2,5 puntos] Calcu $\int \frac{x^3+3}{x^2-x} dx$

Ejercicio 2.- a) [0,5 puntos] Representa en los mismos ejes coordenados la curva $y=-x^2+2x$ y la curva $y=x^2-10x$.

b) [2 puntos] Calcula el área encerrada por ambas curvas.

Ejercicio 3.- Ejercicio 3.- a) [1,5 puntos] Sea la función $f(x)=x^2 \cdot \cos(x)$. Determina la primitiva de la función que pasa por el punto $(\pi, 0)$.

b) [1 punto] Calcula $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{x}{\cos^2(x)} dx$ (sugerencia: integración por partes).

Ejercicio 4.- [2,5 puntos] Sabiendo que la ecuación de la elipse centrada en el origen es $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$,

donde a es el semieje mayor y b el semieje menor, demostrar con integrales que el área de la elipse es igual a $A=ab\pi$.

