

Problemas – Tema 4

Solución a problemas de Repaso y Ampliación 1ª Evaluación - Hoja 09 - Problemas 2, 6

Hoja 9. Problema 2

2. Un agricultor hace un estudio para plantar árboles en una finca. Sabe que si planta 24 árboles la producción media de cada uno de ellos es de 600 frutos. Estima que por cada árbol adicional plantado, la producción de cada árbol disminuye en 15 frutos por agotamiento de los recursos naturales del suelo.

¿Cuál debe ser el número total de árboles que debe tener la huerta para que la producción sea máxima? ¿Cuál es esa producción máxima?

La función a optimizar es la producción total, que es igual al número de árboles multiplicados por los frutos que da cada árbol.

$$P = (24 + x)(600 - 15x)$$

Donde x es el número de árboles extras a plantar, a partir de la cantidad inicial de 24.

$$P = (24 + x)(600 - 15x) \rightarrow P' = (600 - 15x) + (24 + x)(-15) = 600 - 15x - 360 - 15x$$

$$P' = -30x + 240, \quad P' = 0 \rightarrow -30x + 240 = 0 \rightarrow x = 8 \rightarrow \text{punto crítico}$$

Hacemos a segunda derivada para comprobar si estamos ante un máximo relativo.

$$P'' = -30 < 0 \rightarrow x = 8 \text{ es un máximo relativo} \rightarrow 24 + 8 = 32 \text{ árboles}$$

$$\text{Producción máxima} \rightarrow P(x=8) = (24+8)(600-15 \cdot 8) = 15360 \text{ frutos}$$

Hoja 9. Problema 6

6. La fabricación de x tabletas gráficas supone un coste total en euros dado por la función $C(x)=1500x+1\,000\,000$. Cada tableta se venderá a un precio unitario dado por la función $P(x)=4000-x$. Suponiendo que todas las tabletas fabricadas se venden, ¿cuál es el número que hay que producir para obtener el beneficio máximo? Obtener ese beneficio máximo.

La función beneficio es igual a los ingresos menos los gastos. Es decir:

$$B=(4000-x)x-(1500x+1\,000\,000)=4000x-x^2-1500x-1\,000\,000$$

$$B=-x^2+2500x-1\,000\,000 \rightarrow \text{función a optimizar}$$

$$B'=-2x+2500, \quad B'=0 \rightarrow -2x+2500=0 \rightarrow x=1250 \rightarrow \text{punto crítico}$$

Evaluamos la segunda derivada en el punto crítico para comprobar si estamos ante un extremo relativo.

$$B''=-2 < 0 \rightarrow x=1250 \text{ es un máximo relativo de la función beneficio.}$$

Para una venta de 1250 tabletas se obtiene un beneficio máximo igual a:

$$B(1250)=-1250^2+2500(1250)-1\,000\,000=562\,500 \text{ €}$$