

**Instrucciones:**

**a) Duración:** 1 hora y 10 minutos.

**b)** Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**. Indica, en la primera hoja donde resuelves el examen, la opción elegida.

**c)** La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.

**d)** Contesta de forma razonada y escribe a bolígrafo (no a lápiz) ordenadamente y con letra clara. Las faltas de ortografía y la mala presentación pueden restar hasta un máximo de 2 puntos de la nota final (-0,25 por falta, borrón o tachón).

**e)** Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

**Opción A**

**Ejercicio 1.- [2,5 puntos]** Demostrar que  $f(x) = \frac{2x+1}{e^x}$  y  $g(x) = \frac{2\ln x}{x^2}$  se cortan al menos una vez en el intervalo [2, 6]. Obtener el punto de corte con precisión de una cifra decimal.

**Ejercicio 2.-** Sea  $f(x) = -x^2 + 6x - 5$

**a) [1 punto]** Encontrar la ecuación de la recta normal a la gráfica en el punto  $x = 4$ .

**b) [1 punto]** Demostrar que las soluciones de  $f(x)$  cumplen las condiciones del teorema de Rolle y obtener el valor que satisface el teorema en ese intervalo.

**c) [0,5 puntos]** Resuelve  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{-x^2 + 6x - 5}{x - 1}$

**Ejercicio 3.-**

**a) [2 puntos]** Estudia la continuidad y derivabilidad de  $f(x) = |2x - |3 - 2x||$

**b) [1 punto]** ¿Cuál es el área del triángulo que forma  $f(x)$  con los semiejes positivos de coordenadas?

**Ejercicio 4.-** Sea  $f(x) = x^2 - 2$  y  $g(x) = \ln(x)$

**a) [1 punto]** Calcular  $(f \circ g)(x)$  y su dominio.

**b) [1 punto]** Calcular  $(g \circ f)(x)$  y su dominio.

**Opción B**

**Ejercicio 1.-** Sea  $f(x) = \begin{cases} x^3 - 12x + 1 & \text{si } 0 \leq x \leq 1 \\ ax^2 + bx + c & \text{si } 1 < x \leq 2 \end{cases}$

a) [1,5 puntos] Obtener  $a, b$  y  $c$  para que se cumplan las condiciones del teorema de Rolle en el intervalo  $[1,2]$ .

b) [1 punto] Obtener el valor o valores de  $x \in [1,2]$  a los que se refiere el teorema de Rolle.

**Ejercicio 2.-**

a) [2 puntos] Estudia la derivabilidad de  $f(x) = x \cdot |x - 2|$

b) [0,5 puntos] Obtener los extremos relativos de  $f(x)$

**Ejercicio 3.-** Calcula:

a) [1 punto]  $\lim_{x \rightarrow \infty} x \cdot (e^{\frac{1}{x}} - 1)$

b) [1 punto]  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{\ln(x)} - \frac{1}{x-1}$

c) [1 punto]  $\lim_{x \rightarrow \infty} (e^{5x} - 3)^{\frac{1}{x}}$

**Ejercicio 4.-** Se desea construir un depósito cilíndrico cerrado de área total igual a  $54 \text{ m}^2$ . Determina el radio de la base y la altura del cilindro para que su volumen sea máximo.