

Instrucciones:

a) Duración: 1 hora y 10 minutos.

b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**. Indica, en la primera hoja donde resuelves el examen, la opción elegida.

c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.

d) Contesta de forma razonada y escribe a bolígrafo (no a lápiz) ordenadamente y con letra clara. Las faltas de ortografía y la mala presentación pueden restar hasta un máximo de 2 puntos de la nota final (-0,25 por falta, borrón o tachón).

e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Opción A

Ejercicio 1.- [2,5 puntos] Un alambre de 10 metros de longitud se divide en dos trozos. Con uno de ellos se forma un triángulo equilátero y con el otro un cuadrado. Halla la longitud de dichos trozos para que la suma de las áreas sea mínima.

Ejercicio 2.-

a) [1,5 puntos] Estudia los extremos relativos, intervalos de crecimiento, puntos de inflexión y curvatura de

$$f(x) = \frac{2x+1}{e^x}$$

b) [1 punto] Encuentra el valor $c \in [\frac{1}{2}, 1]$ que satisface las condiciones del teorema del valor medio.

Ejercicio 3.- a) [1 punto] Calcula $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\ln(\operatorname{sen}(2x))}{\ln(\operatorname{sen}(x))}$

b) [1,5 puntos] Sea $f(x) = \begin{cases} x-1+\cos(x-1) & \text{si } x \leq 1 \\ \frac{\operatorname{sen}(x-1)}{x-1} & \text{si } x > 1 \end{cases}$ ¿Cumple en $[0, 2]$ las condiciones del teorema de Rolle? En caso afirmativo, obtener el valor $x \in [0, 2]$ que satisface el teorema?

Ejercicio 4.- [2,5 puntos] Comprobar que $f(x) = \ln(x) + x - 2$ cumple las condiciones del teorema de Bolzano y obtener su única solución con precisión de una cifra decimal.

Opción B

Ejercicio 1.-

a) [2 puntos] Estudia los extremos relativos, intervalos de crecimiento, puntos de inflexión y curvatura de

$$f(x) = \frac{2 \ln x}{x^2}$$

b) [0,5 puntos] Estudia las asíntotas de $f(x)$.

Ejercicio 2.- Calcula

a) [1 punto] $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x) - \operatorname{sen}(x)}{x \cdot \operatorname{sen}(x)}$

b) [1 punto] $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{x^2} - 1}{\cos(x) - 1}$

c) [1 punto] $\lim_{x \rightarrow \pi} \left(\frac{x}{\pi} - 1 \right) \cdot \operatorname{cotg}(x)$

Ejercicio 3.- [2,5 puntos] En una circunferencia de radio 4 m se inscribe un rectángulo. ¿Cuales son las dimensiones del que tiene mayor área?

Ejercicio 4.-

a) [1 punto] Calcula la función inversa de $f(x) = 2 - 2 \cdot e^{-x}$

b) [0,5 puntos] Obtener el dominio de f^{-1}

c) [0,5 puntos] Comprobar que $(f \circ f^{-1})(x) = x$