

Instrucciones:

a) Duración: 1 hora y 10 minutos.

b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**. Indica, en la primera hoja donde resuelves el examen, la opción elegida.

c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.

d) Contesta de forma razonada y escribe a bolígrafo (no a lápiz) ordenadamente y con letra clara. Las faltas de ortografía y la mala presentación pueden restar hasta un máximo de 2 puntos de la nota final (-0,25 por falta, borrón o tachón).

e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Opción A

Ejercicio 1.- [2,5 puntos] De entre todos los triángulos de área 8 m^2 , determina las dimensiones del que tiene hipotenusa de menor longitud. Calcular también la longitud de esta hipotenusa mínima.

Ejercicio 2.- Sea $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la función derivable definida por $f(x) = \begin{cases} a-x & \text{si } x \leq 1 \\ \frac{b}{x} + \ln x & \text{si } x > 1 \end{cases}$

a) [1 punto] Calcula a y b .

b) [1,5 puntos] Para $a=3$ y $b=2$ calcula los extremos absolutos de $f(x)$ en el intervalo $[0, e]$ (obtener abscisas de los extremos y sus valores en la función).

Ejercicio 3.-

a) [1 punto] Calcular la ecuación de la recta tangente a $f(x) = e^x \cdot \cos x$ en el punto de abscisa $x=0$

b) [1,5 puntos] Demuestra por inducción la forma de la derivada enésima de $f(x) = 3 \cdot \ln 2 + e^x \cdot x$

Ejercicio 4.-

a) [2 puntos] Estudia y representa $f(x) = \frac{x}{\ln x}$

b) [0,5 puntos] Calcular la ecuación de la recta normal a la gráfica en el punto de abscisa $x=e$

Opción B

Ejercicio 1.- [2,5 puntos] Estudia y representa $f(x) = \frac{1}{x + \sqrt{x}}$

Ejercicio 2.- Sea $f(x) = \frac{k}{(x-a)(2x+1)}$

a) [1 punto] Halla k y a sabiendo que la gráfica de $f(x)$ pasa por el punto $(0, 2)$ y que la recta $x = 2$ es una asíntota de dicha gráfica.

b) [1,5 puntos] Para $k = 4$ y $a = 2$ calcula los extremos absolutos de $f(x)$ (obtener abscisas de los extremos y sus valores en la función) y sus intervalos de crecimiento y decrecimiento.

Ejercicio 3.- Sea $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la función continua definida por $f(x) = \begin{cases} x+k & \text{si } x \leq 0 \\ \frac{e^{x^2}-1}{x^2} & \text{si } x > 0 \end{cases}$

a) [1 punto] Calcula k .

b) [1,5 puntos] Calcula la ecuación de la recta tangente a la función en el punto $x = 1$.

Ejercicio 4.- [2,5 puntos] Demostrar si $f(x) = \frac{x}{1 + \sqrt{1-x}}$ posee al menos un punto de inflexión.