

Instrucciones:

a) Duración: 50 minutos.

b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**. Indica, en la primera hoja donde resuelves el examen, la opción elegida.

c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.

d) Contesta de forma razonada y escribe a bolígrafo (no a lápiz) ordenadamente y con letra clara. Las faltas de ortografía y la mala presentación pueden restar hasta un máximo de 2 puntos de la nota final (-0,25 por falta, borrón o tachón).

e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Opción A

Ejercicio 1.- [2,5 puntos] Sea $f(x) = x^3 - x + 1$. Obtener el punto $(x, f(x))$ donde la recta tangente a $f(x)$ sea paralela a la recta que une los puntos $(0, f(0))$ y $(2, f(2))$ en el intervalo $[0, 2]$.

Ejercicio 2.- [2,5 puntos] Resolver $\lim_{x \rightarrow 1^+} \left(\frac{1}{\ln(x)} - \frac{2}{x^2 - 1} \right)$

Ejercicio 3.- [2,5 puntos] Haz un esbozo de la gráfica de la función

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x+1}{x} & \text{si } x < 0 \\ 2x^3 - 15x^2 + 36x + 3 & \text{si } x \geq 0 \end{cases} \quad \text{en un entorno alrededor de } x=0$$

Ejercicio 4.- [2,5 puntos] Un barco está anclado a 8 km del punto más próximo de la costa. Es necesario enviar un mensajero a una ciudad que está situada a 16 km del punto de tierra más próximo al barco, a lo largo de la costa. Si el mensajero va a pie, camina a una velocidad de 6 km/h. Y si va remando, avanza a 5 km/h. ¿A qué distancia de la ciudad desembarcará el marinero para tardar el menor tiempo posible? ¿Cuánto será ese tiempo mínimo?

Opción B

Ejercicio 1.- [2,5 puntos] Obtener a para que el siguiente límite exista y sea finito $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - e^{-x} + ax}{x - \operatorname{sen}(x)}$.
Obtener el valor de dicho límite.

Ejercicio 2.- [2,5 puntos] Estudia y representa $f(x) = 3x^4 - 4x^3$.

Ejercicio 3.- [2,5 puntos] Demuestra que, sea cual sea el número real k , la ecuación $x^5 - 5x + k = 0$ no puede tener dos soluciones positivas menores que 1.

Ejercicio 4.- [2,5 puntos] Tenemos que diseñar una ventana como la de la figura. Es decir, el polígono ACBED, de 30 m de perímetro exterior. Es un rectángulo con un triángulo equilátero en su parte superior. Calcula las dimensiones del rectángulo para que entre por la ventana la mayor cantidad de luz posible.

