

Instrucciones:

a) Duración: 50 minutos.

b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**. Indica, en la primera hoja donde resuelves el examen, la opción elegida.

c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.

d) Contesta de forma razonada y escribe a bolígrafo (no a lápiz) ordenadamente y con letra clara. Las faltas de ortografía y la mala presentación pueden restar hasta un máximo de 2 puntos de la nota final (-0,25 por falta, borrón o tachón).

e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Opción A

Ejercicio 1.- a) [1,5 puntos] ¿Existe el límite de $f(x) = \frac{\ln(1+|x|)}{x}$ cuando $x \rightarrow 0$? Razona adecuadamente tu respuesta.

b) [1 punto] Calcula $\lim_{x \rightarrow \infty} x \cdot (e^{\frac{1}{x}} - 1)$

Ejercicio 2.- Sea $f(x) = \frac{x^3}{x^2 - 1}$

a) [2 puntos] Estudia las asíntotas de la función.

b) [0,5 puntos] Obtener la ecuación de la recta normal a la función en el punto $x = 2$

Ejercicio 3.- a) [2 puntos] Obtener a y b para que $f(x) = \begin{cases} a \cdot \cos(x) + 2x & \text{si } x \leq 0 \\ a^2 \cdot \ln(x+1) + \frac{b}{x+1} & \text{si } x > 0 \end{cases}$ sea derivable en $x = 0$.

b) [0,5 puntos] Si $a = 1$ y $b = 1$ en la función del apartado anterior, ¿podemos aplicar el Teorema de Lagrange en el intervalo $[-1, 1]$? Razona tu respuesta.

Ejercicio 4.- Sea la función $f(x) = (8 - x^2)^{\frac{1}{3}}$

a) [0,5 puntos] Obtener el dominio de la función.

b) [2 puntos] Obtener los extremos relativos y la monotonía de la función.

| |
|-----------------|
| Opción B |
|-----------------|

Ejercicio 1.- a) [1,5 puntos] Calcula $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{x+1}{1+\operatorname{sen}(x)} \right)^{\frac{1}{x^2}}$

b) [1 punto] Calcula $\lim_{x \rightarrow 4} \left(\frac{1}{\sqrt{x}-2} - \frac{4}{x-4} \right)$

Ejercicio 2.- Sea la función $f(x) = \frac{|x|}{x+1}$

a) [2 puntos] Estudia las asíntotas de la función.

b) [0,5 puntos] Obtener ecuación de la recta tangente a la función en $x=1$.

Ejercicio 3.- a) [2 puntos] Obtener los puntos de corte de la función $f(x) = x^2 + 2$ con la recta mediatriz del segmento que une $A(0,0)$ y $B(4,2)$. Obtener abscisa y ordenada de los puntos de corte.

b) [0,5 puntos] Obtener el área encerrada en el primer cuadrante por la recta $x+y=1$ con los ejes de coordenadas.

Ejercicio 4.- Un barco está anclado a 8 km del punto más próximo de la costa. Es necesario enviar un mensajero a una ciudad que está situada a 16 km del punto de tierra más próximo al barco, a lo largo de la costa. Si el mensajero va a pie, camina a una velocidad de 6 km/h. Y si va remando, avanza a 5 km/h.

a) [2 puntos] ¿A qué distancia de la ciudad debe desembarcar para llegar al campamento en el menor tiempo posible?

b) [0,5 puntos] ¿Cuánto será ese tiempo mínimo?
