Instrucciones:

a) Duración: 1 hora y 10 minutos.

b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**. Indica, en la primera hoja donde resuelves el examen, la opción elegida.

c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.

d) Contesta de forma razonada y escribe a bolígrafo (no a lápiz) ordenadamente y con letra clara. Las faltas de ortografía y la mala presentación pueden restar hasta un máximo de 2 puntos de la nota final (-0,25 por falta, borrón o tachón).

e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Opción A

Ejercicio 1.-

a) [2,5 puntos] Si $f(x)=\begin{cases} \dfrac{e^x-e^{-x}}{2x} & si \quad x<0 \\ ax+b & si \quad x\geq 0 \end{cases}$ es derivable en todo su dominio, calcula a y b .

b) [0,5 puntos] Determina la ecuación de la recta tangente a la gráfica en el punto de abscisa $x=-1$.

Ejercicio 2.- [2,5 puntos] Sea f : [1,+∞) → R la función definida por $f(x)=\sqrt{(x-1)}$. Determina el punto P perteneciente a f(x) que se encuentre a menor distancia del punto $A(2,0)$. ¿Cuál es esa distancia?

Ejercicio 3.-

a) [2 puntos] Estudia y representa $f(x)=\dfrac{1}{x}+\ln x$

b) [0,5 puntos] Determina la ecuación de la recta tangente a la gráfica en el punto de abscisa $x=e$

Ejercicio 4.- [2 puntos] En el primer cuadrante representamos un rectángulo de tal manera que tiene un vértice en el origen de coordenadas y el vértice opuesto en la parábola $y=-x^2+3$. Determina las dimensiones del rectángulo para que su área sea máxima.

Opción B

Ejercicio 1.-

a) [1,5 puntos] Sea $g(x)=\frac{m\cdot x^3}{(x-n)^2}$ para $x\neq n$. Hallar m y n sabiendo que la recta $y=2x-4$ es una asíntota de la gráfica de $g(x)$.

b) [1,5 puntos] Para $m=1$ y $n=2$, aplica el teorema de Bolzano para demostrar que $g(x)$ corta a la recta $y=4x+1$ en un punto del intervalo $[0,\frac{3}{2}]$. Encontrar el valor de la abscisa de ese punto de corte con precisión de una cifra decimal.

Ejercicio 2.- [2 puntos] Queremos hacer junto a la carretera un cercado rectangular para unos caballos en una zona llana. Cada metro del lado del cercado que está junto a la carretera nos cuesta 100 euros, mientras que para el resto del cercado nos cuesta 10 euros el metro. ¿Cuáles son las dimensiones del prado de área máxima que podemos cercar con 3000 euros?

Ejercicio 3.-

a) [2 puntos] Estudia y representa $f(x)=\ln(x^2+3x+3)-3$

b) [0,5 puntos] Determina la ecuación de la recta normal a la gráfica en el punto de abscisa $x=-2$

Ejercicio 4.- [2,5 puntos] Se desea construir un depósito en forma de cilindro recto, con base circular y sin tapadera superior, que tenga una capacidad de 125 m^3. Halla el radio de la base y la altura que debe tener el depósito para que la superficie sea mínima (ojo, el depósito no tiene tapadera superior).
