

Instrucciones:

a) Duración: 50 minutos.

b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**. Indica, en la primera hoja donde resuelves el examen, la opción elegida.

c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.

d) Contesta de forma razonada y escribe a bolígrafo (no a lápiz) ordenadamente y con letra clara. Las faltas de ortografía y la mala presentación pueden restar hasta un máximo de 2 puntos de la nota final (-0,25 por falta, borrón o tachón).

e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Opción A

Ejercicio 1.- [2,5 puntos] Marta afirma que la gráfica de $f(x)=x-1$ siempre permanece estrictamente por encima de la gráfica $g(x)=\ln(x)$. Augusto dice que $f(x)$ siempre permanece estrictamente por debajo de $g(x)$. Andrés mantiene que $f(x)$ a veces está por debajo de $g(x)$ y a veces por arriba. Mientras que Alberto afirma que ninguno tiene razón.

¿Quién está en lo cierto? Razona tu respuesta.

Ejercicio 2.- [2,5 puntos] Estudiar la derivabilidad y continuidad de $f(x)$ para todo valor de x .

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x}{x-1} - \frac{1}{\ln(x)} & \text{si } x \neq 1 \\ 1 & \text{si } x = 1 \end{cases}$$

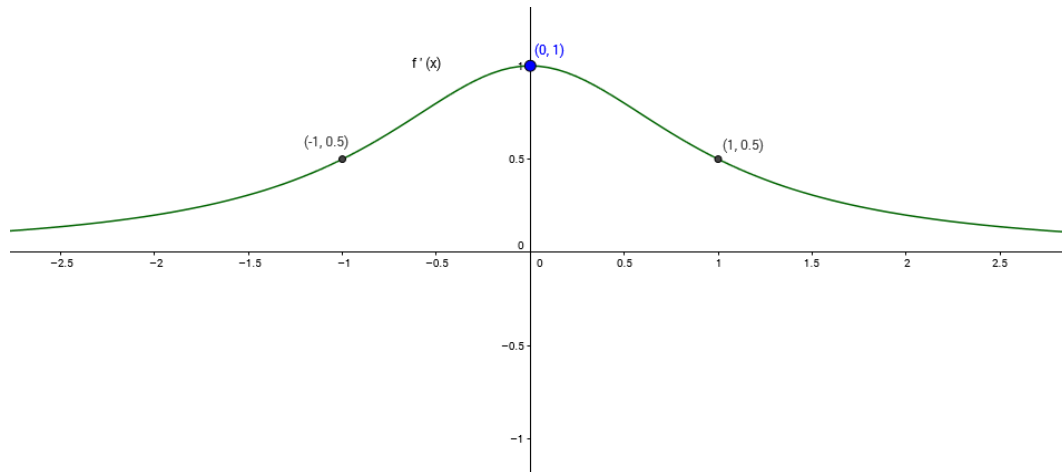
Ejercicio 3.- a) [1,5 puntos] Calcula $\lim_{x \rightarrow 0} (\cos(5x))^{x^2}$

b) [1 punto] Razona cuál es el dominio de $f(x) = \sqrt{\log(1-x)}$ (\log indica logaritmo en base 10).

Ejercicio 4.- [2,5 puntos] Dada la función $f(x) = |x^3 - x|$, estudia si es aplicable el teorema de Rolle en los intervalos $[-1,1]$ y $[-1,0]$.

Opción B

Ejercicio 1.- [2,5 puntos] Indica los intervalos de crecimiento y decrecimiento, los extremos relativos y los puntos de inflexión de $f(x)$ a partir de la siguiente gráfica de su derivada $f'(x)$.



Ejercicio 2.- [2,5 puntos] Representar sobre una misma gráfica las funciones $f(x)=|x^2-1|$ y $g(x)=\frac{x}{2}+\frac{1}{2}$. Obtener puntos de corte de ambas gráficas.

Ejercicio 3.- a) [1,5 puntos] Halla la parábola que pasa por $A(-1,-11)$ y cuyo máximo absoluto sea el punto $B(3,5)$.

b) [1 punto] Calcula $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{3x+1}{x^2} - \frac{3}{x} \right)$

Ejercicio 4.- [2,5 puntos] Se desea construir un contenedor con forma de paralelepípedo rectangular de 100 m^3 de volumen, de manera que el largo de su base sea $\frac{4}{3}$ de la anchura x de su base. Los precios de m^2 de pintura del suelo, del techo y de la pared lateral son, respectivamente, 225 €/m^2 , 300 €/m^2 y 256 €/m^2 . Determinar razonadamente las dimensiones que minimizan el coste de pintura y dicho coste mínimo.