

Instrucciones:

a) Duración: 50 minutos.

b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**. Indica, en la primera hoja donde resuelves el examen, la opción elegida.

c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.

d) Contesta de forma razonada y escribe a bolígrafo (no a lápiz) ordenadamente y con letra clara. Las faltas de ortografía y la mala presentación pueden restar hasta un máximo de 2 puntos de la nota final (-0,25 por falta, borrón o tachón).

e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Opción A

Ejercicio 1.- [2,5 puntos] Sea $f(x) = x^3 - x + 1$. Obtener el punto $(x, f(x))$ donde la recta tangente a $f(x)$ sea paralela a la recta que une los puntos $(0, f(0))$ y $(2, f(2))$ en el intervalo $[0, 2]$.

Ejercicio 2.- [2,5 puntos] Estudia la continuidad y derivabilidad de la siguiente función en todo su dominio de definición.

$$f(x) = \begin{cases} x-1 + \cos(x-1) & \text{si } x \leq 1 \\ \frac{\text{sen}(x-1)}{x-1} & \text{si } x > 1 \end{cases}$$

Ejercicio 3.- a) [1,5 puntos] Calcula $\lim_{x \rightarrow 0^+} (\text{sen } x)^{\lg x}$

b) [1 punto] Obtener a, b para que $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + 3$ tenga recta tangente $y = 3x - 1$ en $x = 2$

Ejercicio 4.- [2,5 puntos] Estudia y representa $f(x) = \text{sen}(x) \cdot \cos(x)$ en el intervalo $[0, \pi]$.

Opción B

Ejercicio 1.- [2,5 puntos] Obtener el único punto de inflexión que posee $f(x) = \left(\frac{3x-2}{7-9x}\right)^2$ (obtener las coordenadas $(x, f(x))$ del punto de inflexión).

Ejercicio 2.- [2,5 puntos] Estudia y representa $f(x) = 3x^4 - 4x^3$.

Ejercicio 3.- a) [2 puntos] Demuestra que, sea cual sea el número real k , la ecuación $x^5 - 5x + k = 0$ no puede tener dos soluciones positivas menores que 1.

b) [0,5 puntos] Calcula $\lim_{x \rightarrow a} \frac{\sqrt{x} - \sqrt{a}}{x - a}$, con $a > 0$.

Ejercicio 4.- [2,5 puntos] Un barco está anclado a 8 km del punto más próximo de la costa. Es necesario enviar un mensajero a una ciudad que está situada a 16 km del punto de tierra más próximo al barco, a lo largo de la costa. Si el mensajero va a pie, camina a una velocidad de 6 km/h. Y si va remando, avanza a 5 km/h. ¿A qué distancia de la ciudad desembarcará el marinero para tardar el menor tiempo posible? ¿Cuánto será ese tiempo mínimo?
