Instrucciones:

a) Duración: 50 minutos.

b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**. Indica, en la primera hoja donde resuelves el examen, la opción elegida.

c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.

d) Contesta de forma razonada y escribe a bolígrafo (no a lápiz) ordenadamente y con letra clara. Las faltas de ortografía y la mala presentación pueden restar hasta un máximo de 2 puntos de la nota final (-0,25 por falta, borrón o tachón).

e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Opción A

Ejercicio 1.- a) [1,5 puntos] Estudia y representa $f(x)=\dfrac{1}{x+\sqrt{x}}$

b) [0,5 puntos] Resuelve $\lim\limits_{x\to\infty} x\cdot\ln\left(\dfrac{x-1}{x+1}\right)$

c) [0,5 puntos] Sea $f(x)=x^2-2$ y $g(x)=\ln(x)$. Calcular $(g\circ f)(x)$ y su dominio.

Ejercicio 2.- a) [1,5 puntos] Demuestra que la función $f(x)=\ln(x)+x$ corta solo una vez al eje de abscisas.

b) [1 punto] Demostrar que $f(x)=\dfrac{2x+1}{e^x}$ y $g(x)=\dfrac{2\cdot\ln x}{x^2}$ se cortan al menos una vez en el intervalo $[2,6]$. Obtener el punto de corte con precisión de una cifra decimal.

Ejercicio 3.- a) [1,5 puntos] Sea la función $f(x)=\dfrac{1}{x-1}$. De todas las rectas tangentes a la función en el intervalo $(1,+\infty)$, calcular la que genera el triángulo de área mínima con los semiejes positivos.

b) [1 punto] Dada la función $f(x)=\dfrac{x(2x+1)}{\sqrt{x+2}}$ escribe la ecuación de la recta tangente y de la recta normal a la función en el punto de abscisa $x=2$

Ejercicio 4.- [2,5 puntos] Se quiere construir un depósito abierto de base cuadrada y paredes verticales con capacidad para 13,5 metros cúbicos. Para ello se dispone de una chapa de acero de grosor uniforme. Calcula las dimensiones del depósito para que el gasto en chapa sea al mínimo posible.

Opción B

Ejercicio 1.- a) [1,5 puntos] Estudia y representa $f(x)=\dfrac{x^2}{x-1}$

b) [1 punto] Aplica la la definición formal de derivada de la función $f(x)=\dfrac{1}{\sqrt{x^3-3x+1}}$.

Ejercicio 2.- a) [1 punto] Sea la función $f(x)=\dfrac{1}{2x}+\ln(x)$ definida para $x>0$. Determina el punto de la gráfica en el que la pendiente de la recta tangente es máxima.

b) [1 punto] Estudia la continuidad y derivabilidad de $f(x)=|2x-|3-2x||$

c) [0,5 puntos] Resuelve $\lim_{x\to 0}\dfrac{sen^3(x)\cdot tg^2(x)}{x^5}$

Ejercicio 3.- a) [1 punto] Sea f : R → R la función continua definida por $f(x)=\begin{cases} x+k & si \quad x\leq 0 \\ \dfrac{e^{x^2}-1}{x^2} & si \quad x>0 \end{cases}$

Calcula k .

b) [1 punto] Se desea construir un depósito cilíndrico cerrado de área total igual a 54 m^2. Determina el radio de la base y la altura del cilindro para que su volumen sea máximo.

c) [0,5 puntos] $\lim_{x\to\infty}(e^{5x}-3)^{\frac{1}{x}}$

Ejercicio 4.- [2,5 puntos] Se quiere construir un depósito abierto de base cuadrada y paredes verticales con capacidad para 13,5 metros cúbicos. Para ello se dispone de una chapa de acero de grosor uniforme. Calcula las dimensiones del depósito para que el gasto en chapa sea al mínimo posible.
